

流体力学中的强迫孤立波^{*}

周显初

LNM, 中国科学院力学研究所, 北京 100080

摘要 简要讨论了 80 年代发现的以先驱孤立波和非传播孤立波为代表的流体力学中的强迫孤立波. 介绍了这些孤立波产生的方法、力学模型、控制方程、研究现状及有待解决的问题.

关键词 强迫孤立波, 先驱孤立波, 非传播孤立波, 孤立波

孤立波最早在流体力学中被观察到. 大约 150 年以前, Russell 首先观察到了这种奇妙的现象. 尽管当时还不为学者权威所承认, 但后来得到了人们广泛的注意和关心. 在五六十年来, 由于发现了孤立波的一些特殊性质, 如两个孤立波相互作用后仍然保持其原来的形状和速度不变, 只改变其相位等, 出现过孤立波研究热. 在发现逆散射方法后, 孤立波的数学问题基本上解决了.

由于在流体力学中最早直观地观察到了孤立波, 也由于在流体力学中产生 KdV 孤立波的方法很简单, 只要在直水槽的一端推一下水体就会有一个孤立的波向前传播, 传播到一定距离之后, 这个孤立的波就会发展成为孤立波. 所以可以这样说: 流体力学是孤立波的发源地.

在流体力学中可以找到各种各样的发展方程所对应的孤立波. 众所周知, KdV 孤立波是浅水长波的一种, 而在分层流体中, 只要层深和密度满足条件, 就可产生修正的 KdV 方程 (m KdV) 孤立波. 深水长波中人们可以找到非线性 Schrodinger 方程 (NLS 方程) 描述的波包孤立子. 若地面地形在垂直于一维 KdV 孤立波传播方向有缓慢变化时, 该孤立波的演化服从所谓 KP 方程. 旋转流体中, 孤立波服从修正的 KP 方程.

80 年代以来, 一类新型的孤立波相继在流体力学中引起人们的注意. 这就是所谓的强迫孤立波. 这种孤立波的形成比原先 KdV 孤立波要复杂一些. 它们的共同点是: 它们的形成离不开各种各样的强迫运动. 一旦强迫运动停止, 这些孤立波就消失了. 所谓“非传播孤立波” (non-propagating soliton or standing soliton), “先驱孤立波” (precursor soliton) 就是它们的代表. 尽管有一部分学者认为: 这不是经典意义的色散与非线性平衡的孤立波, 但不管怎么说, 至少这是一种与孤立波相联系的非线性现象. 按文献上的传统说法, 作者把它们统称为“强迫孤立波”.

下面分别介绍这些孤立波.

1 先驱孤立波

——我们研究船舶在静水中的匀速运动. 船在航行时, 在水面有水波出现. 一般地说, 波浪都

^{*}国家自然科学基金和国家基础性研究重大项目“非线性科学”资助项目

收稿日期: 1990-00-00, 修回日期: 1997-12-10

在紧贴船头的地方及其后方，形成特殊的船波及尾迹。这已是大家熟知的常识了。在深水区，这种楔形波的半顶角为 19.28° 。在有限深水区，这半顶角随 Froude 数 $F = U/\sqrt{gh}$ (U 为船舶航行速度， h 为水深， g 为重力加速度) 而变化。当 $F \rightarrow 1$ 时，半顶角趋于 90° ，即形成几乎垂直于轴线的波峰。通常情况， $F < 1$ ，所以见到的都是楔形的船波，且在船的前方没有波浪。

早在 1935 年，在有限宽度有限深度的渠道中，就已经观察到了以定常速度前进的船可以向前方发射传播速度大于船速的水波。但由于各方面的原因没有引起应有的注意。1982 年 Huang^[1] 等人做了船舶在跨临界区域 ($F \approx 1$) 运动引起的非线性长波的实验。Wu 和 Wu^[2] 用运动的表面压力分布代替船的运动，或用底部障碍物的运动作为强迫运动的源做了二维的数值计算，他们都发现了船舶或地面障碍物的速度在 \sqrt{gh} 附近时，可以向上游周期地发射孤立波 (如图 1)。这样，在 $F \approx 1$ 时，对于一个定常的流体力学系统的响应可以是非定常的，可以有明显的时间周期分量，而在二维运动的其它情况却不是这样。当 $F > F_c > 1$ 时，在障碍物的

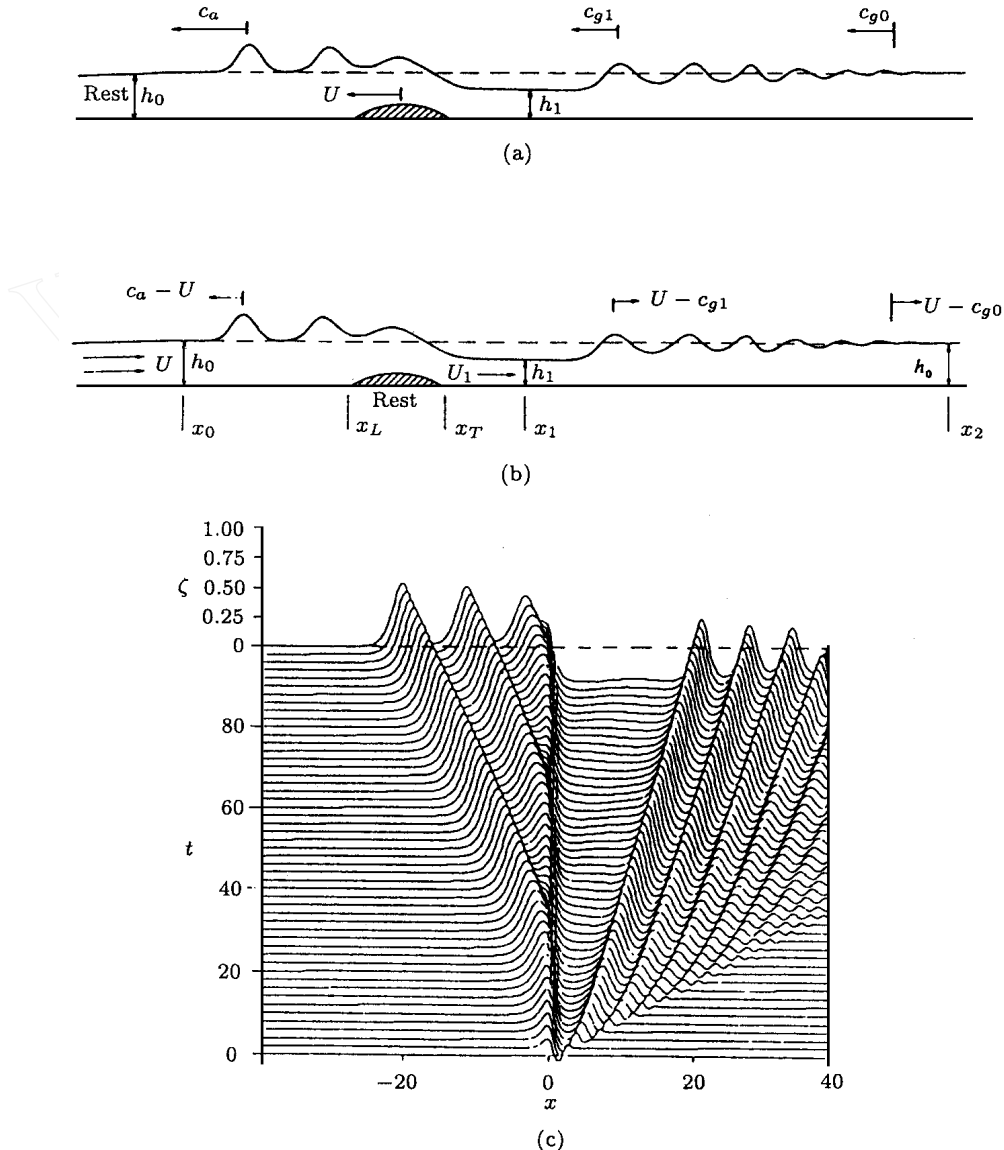


图 1

上方有二个定常的孤立波解. 当 $F = F_c$ (按分叉理论, 称为转向点 (turning point)) 时, 这二个孤立波解变为一个孤立波, 当 $F < F_L < 1$ 时, 下游有唯一的驻定椭圆余弦波解, 而上游则没有波, 当 $F = F_L$ (称为截断点 cutoff point) 时, 这种椭圆余弦波解变作一个定常的水落, 而只有当 $F_L < F < F_c$ 时, 才有这种复杂的非定常的如图 1 所示的运动出现. 在运动的底部障碍物上面的前方周期地生成孤立波并且向上游传播, 而紧邻它的是一个压水区. 在压水区中, 水面基本上是平坦的且比静水面要低, 其面积越来越大, 以平衡向上游不断发射出的孤立波. 后面则是一个尾波区, 这里传播的是椭圆余弦波, 其平均水面保持不变. 在这种系统里微弱的色散, 弱的非线性, 强迫力所作的功, 向上游传播的孤立波, 它们彼此平衡. 以保持系统的能量守恒. 从船舶在狭长水池中的运动来说, 这种定常运动不但引出非定常的响应, 而且使三维运动在上游出现了二维的响应.

在分层流体中也发现了类似先驱孤立波的现象^[3,4].

国内最早独立展开这方面研究的是广州中山大学的孙明光教授. 他在拖曳水池中进行船模实验时发现并报道了这类现象^[5]. 而国际上最早研究这种孤立波的 Wu D. M.^[2] 就是哈尔滨船舶工程学院的吴德铭教授. 清华大学的朱锦琳^[6] 在吴耀祖教授的指导下研究了分层流体中的先驱孤立波. 最近青岛海洋大学的徐肇廷^[7] 与加拿大 Alberta 大学的沈善甫博士合作, 对两层流体中的先驱孤立波进行了较为细致的研究. 求得了孤立波发射的周期、波阻等重要的参量.

Wu 和 Wu^[2] 用平面的二维 Boussinesq 类型的方程研究了先驱孤立波.

$$\eta_t + [(h + \eta)u]_x = -h_t \quad (1)$$

$$u_t + uu_x + g_x = -\frac{1}{\rho} P_{ax} + \frac{1}{2} h [h_t + (hu)_x]_{xt} - \frac{1}{6} h^2 u_{xxt} + O(\eta^2) \quad (2)$$

其中, 下标 x, t 为相应的偏微商, x, t 分别为水平坐标和时间, g 为重力加速度, $\eta = \eta(x, t)$ 是自由表面的升高, $z = -h(x, t) = -h_0 + b(x, t)$ 是底面方程, $b(x, t)$ 是底面的地形变化, h_0 为常数, $u(x, t)$ 为 x 方向的速度, ρ 为流体密度, $P_a(x, t)$ 是作用在自由面上的任意给定的压力. 上述广义的 Boussinesq 模型对弱非线性色散的长波成立, 即

$$ka = f \frac{a}{h} \ll 1, \quad \frac{h_0}{h} \ll 1, \quad \eta = O(\epsilon) \quad (3)$$

其中, a 为波幅, λ 为波长. 而且模型要求 $P_a(x, t)$ 和 $b(x, t)$ 为缓变函数, 即

$$|h_x|, \left| \frac{h_t}{C_0} \right|, \left| \frac{P_{ax}}{g} \right|, \left| \frac{P_a}{g C_0} \right| \leq O(\epsilon^{1/2}) \quad (3)$$

其中,

$$C_0 = \sqrt{gh_0} \quad (4)$$

除了用数值模拟以外, 广义的 Boussinesq 模型还是太复杂. 因此很多研究者应用强迫 KdV 方程的模型 (f KdV). 当然必须对扰动加以限制, 使其只是单方向的运动, 即

$$P_a = P_a(x + Ut), \quad b = b(x + Ut) \quad (5)$$

把 η 和 u 按小参数展开, 从 (1) 和 (2) 可得一阶量和二阶量应满足的方程, 再从二阶量的可解性条件得到 f KdV 方程

$$\frac{1}{C_0} \eta + \left[\frac{U}{C_0} \eta - \frac{3}{2} \frac{\eta^2}{h_0} - \frac{1}{6} h_0^2 \eta_{xxx} \right] = \frac{1}{2} \left[\frac{P_a}{g} + b_x - c m - d b \right] \quad (6)$$

这里我们已经假定了 $\frac{U}{C_0} = 1 + O(\epsilon)$, 且 $P_a = O(\epsilon^2)$, $b = O(\epsilon^2)$, 这比 (3) 的要求更强, 扰动更小.

在数学上来说, 如果没有强迫项, 那么 (6) 就是经典的 KdV 方程, 是完全可积的. 但有了强迫项 (或者说非齐次项) 之后, fKdV 方程是否可积不知道, 方程 (6) 的解的唯一性已由 Wu^[8] 给出. 目前 (6) 的解只能靠数值计算或摄动法求得. 从 (6) 可知, 表面压力与地面地形改变完全对等, 可以替换. 这也与 (2) 略有不同, 在广义的 Boussinesq 模型中这两个因素还不是完全一样. (6) 的初始条件分别为

$$\left. \begin{aligned} (x, 0) &= -h_0 P(x, 0), & u(x, 0) &= 0 & \text{对于表面压力运动} \\ (x, 0) &= 0, & u(x, 0) &= 0 & \text{对于底面地形运动} \end{aligned} \right\} \text{初始}$$

www.cnki.net

}

中,

x t

))

对于下游，由强迫力提供的尾波列能量的增长有

$$\text{在} \quad \frac{dE_{T_w}}{dt} = (1 - h_1)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \quad (17)$$

$$C_{D_s} = \frac{1}{2} \bar{C}_{D_w} \quad (18)$$

即尾波列的波阻为总波阻的一半。所以，只要知道了孤立波幅值或者压水区的自由液面的高度，流体力学中人们关心的许多量，如发射孤立波的周期 T_s ，波阻，压水区的流体速度，波列中第一个波的零点的速度都可以求得了。

在 Wu 的质量能量的考虑中，没有把强迫项与压水区的水的水位联系起来。压水区的水深或孤立波的高度等需预先给定才能确定各个物理量，所以无法进行预报。最近，徐肇廷等人^[7]详细研究了二层流体中 f KdV 方程及先驱孤立波，他们得到了较好的结果。他们利用上游区的平均 f KdV 方程

$$m_2 \bar{v} + m_3 \bar{v} + m_4 \bar{v} = \frac{1}{2} P_v \quad (19)$$

对于 $P = 2p$ () 的情况，他们得到渐近的平均波阻系数

$$\bar{C}_{D_w} = \frac{-2}{3} \frac{m_3}{m_1} \quad (20)$$

其中

$$= (3p^2/4 m_3 m_4)^{1/3} \quad (21)$$

因此，给定强迫强度之后，即可预报平均波阻及孤立波发射周期等。他们把理论结果与数值计算结果进行了比较，符合很好。

最近 Casciola 和 Landrini^[12]用精确的边界元方法研究了移动压力扰动产生的非线性长波。他们把 KdV 模型，Boussinesq 模型和完全非线性模型的结果作了比较。当强迫项较小时，所有结果与渐近理论吻合。但当强迫项较大时，KdV 模型由于略去了不同波之间的相互作用而与别的模型出现差异。当色散增强时 Boussinesq 模型与完全非线性模型也会出现不同。对于 $F = 1$ 的临界情况，三个模型在量上也有差别。当强迫项超过依赖于位相差的某一个阈值时，与实验结果一样，在第一个尾波的波峰和第一个先驱孤立波波峰处出现波的破碎。

Wu^[8]求得了方程 (6) 的定常的孤立波解

$$s = \sum_{n=1}^N a_n \text{sech}^{2n} kx \quad (22)$$

$$P = 2 \sum_{n=1}^{2N} b_n \text{sech}^{2n} kx \quad (23a)$$

$$b_n = F_n a_n + k^2 B_n a_{n-1} - \frac{3}{4} \sum_{m=1}^{n-1} a_m a_{n-m} \quad (n = 1, 2, \dots, N+1) \quad (23b)$$

$$b_n = -\frac{3}{4} \sum_{m=n-N}^N a_m a_{n-m} \quad (n = N+2, \dots, 2N) \quad (23c)$$

$$F_n = (F - 1) - \frac{2}{3} k^2 n^2 \quad (23d)$$

$$B_n = \frac{1}{3} (n - 1) (2n - 1) \quad (23e)$$

这组解包含 $N + 2$ 个参数 (F, k, a_1, \dots, a_n), 且只能是确定波形后再求出强迫项. 因而是一个逆问题的解. 这中间有三组最简单的 $N = 1$ 的解值得注意.

(1) 无强迫项的解

$$s = a \operatorname{sech}^2 kx, a = \frac{4}{3} k^2, b_1 = F_1 a = 0, b_2 = 0, F_1 = 0, F = 1 + \frac{1}{2} a, P = 0 \quad (24)$$

这正是大家熟悉的 KdV 孤立波.

(2) 强迫项为一项的解 I

$$s_1 = a \operatorname{sech}^2 kx, a = \frac{4}{3} k^2, b_1 = F_1 a, b_2 = 0, F_1 = (F - 1) - \frac{2}{3} k^2, P = 2 b_1 \operatorname{sech}^2 kx$$

(3) 强迫项为一项的解 II (25)

$$s_1 = a \operatorname{sech}^2 kx, b_1 = F_1 a = 0, F_1 = 0, b_2 = a \left(k^2 - \frac{3}{4} a^2 \right), P = 2 b_2 \operatorname{sech}^4 kx \quad (26)$$

Wu 还对这种定常孤立波的稳定性作了数值实验, 发现其是稳定的. 即以定常孤立波为初值, 它是可以维持的; 而当初值为零即扰动为定常孤立波的负值时, 计算结果与通常的数值结果一样.

目前对先驱孤立波知之还不很多, 一般还只停留在数值模拟阶段, 很多问题还不了解. 如: 向上游周期的辐射孤立波的机理是什么? 产生这种现象的参数界限是什么? 向上游辐射的孤立波形是什么? 是否是严格意义下的孤立波? 波高及周期又如何确定等等. 尽管有一些问题 (如波高, 周期) 已有一些答案, 但这是在各种近似假设下求得的, 需要普遍化. 随着船舶速度的提高, 对其阻力的了解更具有实际的意义.

2 非传播孤立波

顾名思义, 非传播孤立波是不传播的. 这与通常的孤立波不一样, 通常的孤立波都是传播的. 它于 1984 年由南京大学赴美的访问学者吴君汝博士发现并加以报道^[13]. 取一个长约 20 ~ 30 cm 宽约 2 ~ 3 cm 的狭长水槽, 注入约 2 ~ 3 cm 深的水, 放在振动台上, 以约 2 倍于液体固有振动频率及适当的振幅振动, 就可以看到槽中形成的非传播孤立波. 由于它不是行进波, 为保持它的形状, 它在横向是振荡的. 理论和实验都证明了圆环形、X 形、Y 形等各种形状的槽子, 只要它是狭长的, 就可以产生非传播孤立波. 事实上非传播孤立波是一种 Faraday 共振问题, 即把一个盛有液体的容器放在一个振动的平台上研究液体自由表面的图案. 它们的区别主要表现在非传播孤立波出现在狭长的容器中, 而长宽尺寸为同一量级的容器中出现的各种波动图案, 且往往与混沌相联系. 1990 年还报道了非传播的纽结孤立波^[14], 它具有双曲正切的形状, 在原点附近像一个纽转的结, 并因此而得名.

非传播孤立波有许多奇异的性质. 每个孤立波可以整体地在槽内推动; 当两个同相位 (指横向振动的相位) 的孤立波相互靠近到较近的距离后, 两个孤立波还相互吸引、重叠、分离, 然后又相互吸引, 周而复始的继续下去. 在这个过程中, 非传播孤立波始终保持它们各自的形状不变. 两个异相的孤立波则互不相干, 没有这种吸引现象. 假如水槽中的深度不是常数, 那么非传播孤立波会向液体较浅的一方移动.

从水波的基本方程 $\nabla \phi = 0$ 出发, 再加上边界条件, 可得波面的一阶解

$$\phi = \frac{i}{g(1 + \dots)} [A(Z + Y) - c \cdot c] \quad (27)$$

其中 $\sigma = gkT(1 + \dots)$, $T = \tanh kh$, $\gamma = k^2 / (\rho g)$, σ 为液体表面张力系数, ρ 为液体密度, b 为槽宽, $k = \pi / b$, $Z = \exp(i(ky - \omega t))$, $Y = \exp[-i(ky + \omega t)]$, x, y 分别为槽长槽的长度和宽度方向, c, c^* 表示前项的复共轭. 注意, 一阶解中不含 x , A 是缓变量 x_1, x_2, t_1, t_2 的函数. 这里我们还认为强迫共振频率之半与本征频率之差为小量, 即 $\omega_0 - \omega = \epsilon^2 \omega_2$.

从三阶一次的可解性条件得到^[15]

$$2\omega_2 A + 2iA\omega_2 + \frac{\sigma}{k} A_{x_1 x_2} + \dots / A^2 A + \frac{2r}{2(1 + \dots)} A^* = 0 \quad (28)$$

其中 $*$ 号表示复共轭, $d = d / dk > 0$, $r = 4 \omega_0^2 a / \omega^2 g$, a 为强迫振动振幅, ω_0 为强迫振动频率

$$\text{立波} = \frac{k^4}{2} \left[\frac{(T^2 - 1)(9 - T^2)}{T^2 - 1} + \frac{\gamma(3 - T^2)(T^2 - 7)}{(3 - T^2)}, \dots \right] \quad (29)$$

当 $\omega = 0$ 时

$$= \frac{k^4}{2} [6T^4 - 5T^2 + 16 - 9T^2] \quad (30)$$

(30) 式当 $kh = 1.022$ 时, $\omega = 0$. (28) 式即为非传播孤立波的基本方程.

除了横向谐波的快变因子外, 非传播孤立波不随时间而变. 因此, 方程 (28) 的解取决于 $\omega > 0$ 还是 $\omega < 0$. $\omega > 0$ 时, (28) 式有 sech 形状的孤立波解

$$\text{现在} = i \sqrt{\frac{4}{\omega^2} (a - \omega_0 + \omega^2)} \text{sech} \left[\sqrt{\frac{2k}{\omega} (kT \omega_0 a - \dots)} x \right] \quad (31)$$

由 (31) 式知: 激励波幅越大波高越高, 但波宽却越小.

当 $\omega < 0$ 时, 方程 (28) 有纽结孤立波解

$$A = \sqrt{\frac{2}{\omega} (\omega_0 - \omega^2 + kT \omega_0 a)} \tanh \left[\sqrt{\frac{k}{\omega} (\omega_0 - \omega^2 + kT \omega_0 a)} x \right] \quad (32)$$

表面张力对非传播孤立波的影响集中表现在方程 (28) 立方项的系数 σ 中, 按 (29) 式, 可在 kh 和 γ 的参数平面上找出 $\omega > 0$ 和 $\omega < 0$ 的区域, 在 $\omega > 0$ 时, 实验证实可以产生 (31) 所示的孤立波, 但在 $\omega < 0$ 的区域除了 $kh \leq 1$ 的部分以外, 实验中不能产生 (32) 所示的纽结孤立波, 反之对于 $kh \leq 1$ 的区域实验中都能产生纽结孤立波. 为解决这个矛盾, 缪国庆^[16] 等人计算了表面张力的势能, 结果发现仅为表面位移势能的 5%, 因而是高阶量. 而 (28), (29) 式是把表面张力当作一阶量而推出来的, 因而需要重新考虑. 把表面张力与振动激励当作同阶量之后, 分析结果表明^[17], 张力的影响只是把 (28) 式的第一项修正为 $(2\omega_2 - \dots)$, 而 ω 由 (30) 式决定. 这样的结果可以解释纽结孤立波与双曲正割形的孤立波的产生区域, 可以解释实验中关于表面张力的一些结论^[18]: 表面张力越大, 振幅越大, 且波形变窄. 但仍然不能解释表面张力大到一定程度非线性孤立波就不能产生.

用一组被实验证实可以产生非传播孤立波的参数, 以方程 (28) 的孤立波解作为初始条件, 进行方程 (28) 的数值模拟, 发现孤立波不再保持^[19]. 这就是说方程 (28) 的孤立波解是不稳定的. 事实上, 方程 (28) 的共轭项代表振动激励, 表示不断有能量加入. 当然如果没有能量的耗散, 其波幅就会不断增长. 为此必须如文献 [20] 那样, 在方程 (28) 中引入耗散

项 $i A$, 然后才能得到稳定的解^[21] . 但遗憾的是物理上事先无法确定该系数 . 事实上, 不仅与液体的粘性摩擦及浸润有关, 还与非传播孤立波的个数及波高有关. 因而是一个十分复杂的问题. 当然人们可以用实验测得的波高与数值模拟计算出的波高进行比较来确定, 但这是否行得通还有待实际的检验. 究竟用什么值可以得到稳定的解, 这样得到的稳定解与的值有没有关系, 物理上如何才能确定, 这些依然是一个有待解决的问题.

方程 (28) 除了有 (31), (32) 形式上的解之外, 理论上还可以有如下的解

$$A = \sqrt{\frac{4}{\rho} (\rho^2 - \rho_0^2 - k T_0^2 a)} \operatorname{sech} \left[\sqrt{\frac{2k}{\rho} (\rho^2 - \rho_0^2 - k T_0^2 a)} x \right] \quad (33)$$

$$A = i \sqrt{-\frac{2}{\rho} (\rho_0^2 - \rho^2 - k T_0^2 a)} \operatorname{th} \left[\sqrt{\frac{k}{\rho} (\rho_0^2 - \rho^2 - k T_0^2 a)} x \right] \quad (34)$$

这些解显示了波高随强迫振动的振幅的增加而减少, 这与实验显然不符. 在数值模拟中发现, (33), (34) 是不稳定的.

两个孤立波的相互作用是最吸引人的课题. 其过程和作用模式十分复杂, 它们可以是两个孤立波变为一个孤立波再变为三个孤立波再变为两个孤立波, 还可以是更复杂的状态. 尽管已经有了一些研究和数值模拟^[22], 但具体机理还需要进一步研究.

南京大学声学所魏荣爵院士为首的课题组对非传播孤立波有系统的研究. 他们发现在周期调制振动下, 孤立波的波高有混沌现象^[23,24]. 他们还发现在颗粒介质中和二层流体中也存在非传播孤立波^[25,26]. 颜家壬等人也对二层流体中的非传播孤立波进行了研究^[27].

最后还想提一下旋转流体中的孤立波. 这在考虑大尺度的大气和海洋的运动时是很有用的. 旋转运动也是一种强迫运动. 它们的控制方程是所谓修正的 KP 方程

$$A_{tx} + B(\rho^2)_{xx} + C_{xxxx} + D_{zz} + E = 0 \quad (35)$$

该方程为 KdV 型的, 参数 E 与旋转有关, 如果 $E = 0$ (无旋转), 即为二维 KdV 方程或 KP 方程. 绕 z 轴旋转的流体中沿 x 轴传播的一维孤立波的波幅在 y 方向以指数衰减, 波锋逐渐变为弯曲. Grimshaw 指出方程 (35) 不存在永形波解^[28]. 这一现象也值得研究.

流体力学是孤立波的发源地, 实验相对比别的领域容易些. 而且已经发现的孤立波内容丰富, 各种类型的都有. 强迫孤立波是 80 年代发现的, 还有很多问题有待解决.

参 考 文 献

- 1 Huang D B, et al. Ship moving in transcritical range. In: Proc. Conf. on Behavior of Ships in Restricted Waters. Varna, Bulgaria, 1982. V. II, 26 - 1 ~ 26 - 9
- 2 Wu D M, Wu T Y. Three - dimensional nonlinear long waves due to moving surface pressure. In: Proc. 14th Symp Naval Hydrodyn, 1982. 103 ~ 129
- 3 Grimshaw R, Smyth N F. Resonant flow of a stratified fluid over a topograph. *J Fluid Mech*, 1986, 169: 429 ~ 464
- 4 Shen S S. Forced solitary waves and hydraulic falls in two - layer flows. *J. Fluid Mech.*, 1992, 234: 583 ~ 612
- 5 孙明光. 船舶在浅水渠道中产生的波的发展. 见: 中山大学 60 周年文集 (力学系). 中国广州, 1985, 17 ~ 25
- 6 Zhu J, Wu T Y, Yates G T. Internal solitary waves generated by moving disturbances. In: Third Intl Symp on stratified flows. Feb 3 ~ 5, 1987, CIT, Pasadena, CA, USA
- 7 Xu Z, Wu K, Shen S S. Theoretical mean wave resistance of precursor soliton generation in two layer flow. *Acta Mech Sinica*, 1997, 13 (1): 1 ~ 9
- 8 Wu T Y. Generation of upstream advancing solitons by moving disturbances. *J Fluid Mech*, 1987, 184: 75 ~ 99
- 9 Ertekin R C, et al. Waves caused by a moving disturbance in a shallow channel of finite width. *J Fluid Mech*, 1986, 169: 275 ~ 292

- 10 Mei C C, Choi H S. Forces on a slender ship advancing near the critical speed in a wide canal. *J Fluid Mech*, 1987, 179: 59~76
- 11 Chen X, Sharma S D. A slender ship moving at a near - critical speed in a shallow channel. *J Fluid Mech*, 1995, 291: 263~285
- 12 Casciola C M, Landrini M. Nonlinear long waves generated by a moving pressure disturbance. *J Fluid Mech*, 1996, 325: 399~419
- 13 Wu J, et al. Observation of a non - propagating hydrodynamic soliton. *Phys Rev Lett*, 1984, 52: 1421~1424
- 14 Denardo B, et al. Observation of a kink soliton on the surface of a liquid. *Phys Rev Lett*, 1990, 64: 1518~1521
- 15 周显初, 崔洪农. 表面张力对非传播孤立波的影响. *中国科学 (A)*, 1992, (12): 1269~1276
- 16 Miao G, Wei R. The effect of surface tension on nonpropagating hydrodynamic solitons. *Phys Lett (A)*, 1996, 220: 87~90
- 17 周显初. 非传播孤立波和表面张力. *力学学报*, 1998.
- 18 崔洪农等. 表面张力对非传播孤立波的生成及波形的影响. *水动力学研究与进展*, 1988: 3 (1): 46
- 19 Zhou X, et al. The stability of a standing soliton. In: Proc. 2nd Int Conf of Nonlinear Mech, Beijing, 1993. 455~458
- 20 Miles J W. Parametrically excited solitary waves. *J Fluid Mech*, 1984, 148: 451~460
- 21 Laedke E W, Spatschek K H. On localized solutions in nonlinear Faraday resonance. *J Fluid Mech*, 1991, 223: 589~601
- 22 Yan J R, Mei Y P. Interaction between two Wu s solitons. *Europhys Lett*, 1993, 23: 335~340
- 23 Chen X, Wei R. Dynamic behaviour of a non - propagating soliton under a periodically modulated oscillation. *J Fluid Mech*, 1994, 259: 291~303
- 24 Chen W Z, Wei R J, Wang B R. Chaos in nonpropagating hydrodynamics solitons. *Phys Rev* 1996, 53: 6016~6020
- 25 Chen W Z. Experimental observation of self - localized structure in granular material. *Phys Lett (A)*, 1995, 196: 321~325
- 26 Chen W Z, Wei R J, Wang B R. Nonpropagating interface solitary waves in fluid. *Phys Lett (A)*, 1995, 208: 197~200
- 27 颜家壬, 黄国翔. 矩形波导中两层流体界面上的非传播孤立波. *物理学报*, 1988, 37: 874~880
- 28 Grimshaw R. Evolution equations for weakly nonlinear long internal waves in a rotating fluid. *Studies in Appl Math*, 1985, 73 (1): 1~34

FORCED SOLITON IN FLUID MECHANICS

Zhou Xianchu

Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China

Abstract Forced solitons in fluid mechanics representing by precursor solitons and nonpropagating solitons found in the 1980s are briefly discussed in this paper. Production methods, mechanical models, governing equations, the - state - of - art and the problems to be solved on these solitons are discussed.

Key words forced soliton, precursor soliton, nonpropagating soliton