

蒸发两层流系统的对流不稳定性分析

刘 荣 刘秋生

(中国科学院力学研究所国家微重力实验室, 北京 100080)

摘 要 关于蒸发液层的 Rayleigh-Marangoni-Bénard 不稳定性的研究中, 早期文献中普遍采用的是单层流模型。近年来, 一些学者采用两层流模型对蒸发稳定性进行了理论分析, 有的文献中没有考虑蒸发率与饱和蒸汽压的耦合关系, 所以得到的结果不能完全反应蒸发对系统稳定性的影响。本文建立了一种新的两层流模型, 考虑了界面变形对系统稳定性的影响。采用线性稳定性方法对带有蒸发界面的两层流的 Rayleigh-Marangoni-Bénard 对流不稳定性进行了分析, 得到了临界 Marangoni 数与波数的关系, 重点讨论了蒸发系数以及重力对汽液两层流系统的不稳定性的影响。

关键词 Rayleigh-Marangoni-Bénard 对流; 线性稳定性; 蒸发界面; 界面变形
中图分类号: O359+.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253-231X(2006)03-0429-04

ANALYSIS ON THE CONVECTIVE INSTABILITY OF TWO LAYER EVAPORATION SYSTEM

Liu Rong Liu Qiu-Sheng

(Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, National Microgravity Lab/CAS, Beijing 100080, China)

Abstract One-sided model is proposed in previous works about the research on the Rayleigh-Marangoni-Bénard instabilities of the evaporating liquid layer. Recently, some investigators proposed two-sided model to analyze the instabilities of evaporating vapor-liquid system, but the relation between evaporation flux and saturate pressure has not been taken into account, hence these results can not reflect the influence of evaporation on the instability of the system. In the present paper, a new two-sided model is proposed and the interface deflection is taken into account. Rayleigh-Marangoni-Bénard instabilities of the two layer system with an evaporating interface are discussed by Linear instability analyses method. The curves of critical Marangoni number versus wavenumber are obtained and the influence of evaporating coefficient and gravity on the instabilities of the system were discussed.

Key words Marangoni-Bénard convection; linear instability; evaporation interface; interface deflection

1 前 言

从底部加热水平蒸发液层, 当液层中垂直于液面方向的温度梯度超过某一临界值时, 原本水平无变形的液层会产生不稳定的现象。由于表面张力随温度的变化引起的对流^[1]称为 Marangoni-Bénard 对流。在重力作用下, 由密度随温度的变化引起的对流称为 Rayleigh-Bénard 对流^[2]。在地面环境中, 蒸发液层的对流不稳定性的一般是 Marangoni 效应, Rayleigh 效应和蒸发效应共同耦合作用的结果, 也就是本文所要讨论的蒸发液层的 Rayleigh-Marangoni-Bénard 对流稳定性现象。

近年来, 许多科学家对两层流或多层不相混合

的不同液体的对流运动稳定性问题进行了研究^[3], 但是对具有蒸发界面的两层流稳定性机理的理论分析研究还不尽透彻。Ozen 和 Narayana^[4]研究带蒸发界面的 Marangoni-Bénard 不稳定性, 在他们的理论分析中, 对蒸发和压力之间的耦合关系处理上, 只考虑了饱和蒸汽压与温度的关系, 没有考虑蒸发速率与压力之间的耦合关系, 因此, 根据他们提出物理模型及考虑蒸发相应的边界条件, 在蒸发系数为零的情况下, 无法归结到无蒸发的两层流系统, 因此得到的结论是有局限性的。经典的无蒸发现象的两层流体 Rayleigh-Marangoni-Bénard 对流不稳定性是由液层中的垂直于液面的温度梯度引起的。在具

收稿日期: 2005-12-05; 修订日期: 2006-03-28

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.10372105); 中国科学院知识创新工程资助项目 (NO.KJXC2-SW-L05)

作者简介: 刘荣 (1974-), 男, 广西桂林人, 博士, 主要从事微重力流体力学研究工作。

有蒸发相变的两层流体系中, 蒸发跟液面处的温度扰动及蒸汽层的压力耦合在一起, 并且会引起界面变形, 引起压力回退效应。同时, 蒸发现象本身还会改变液层与蒸汽之间的换热条件。这些因素都会影响系统的稳定性。由于 Rayleigh- Marangoni-Bénard 不稳定性的经典理论很难完全解释蒸发对流不稳定性的实际特征和实验结果, 所以有必要在理论上探求蒸发引起的液层不稳定性机理。

2 物理模型

我们在前期的工作中, 理论分析了一个蒸发且不考虑界面变形的半封闭两层流体系统的 Marangoni-Bénard 对流不稳定性, 研究了基态的蒸发速率^[5]和蒸发 Biot 数^[6]对系统稳定性的影响。本论文在上述研究基础上考虑变形的蒸发界面的两层流系统, 两层流体分别由液层和其自身的纯蒸汽组成, 其物理模型示意图见图 1 所示。汽/液两层流体处于上下两个水平导热壁面之间。下壁面加热, 上壁面冷却, 两壁面间的外加温度差为 $\Delta T_{total} = T_2 - T_1$ 。液层与蒸汽的交界面为一个可变形的自由面。在交界面上有蒸发现象产生, 上壁面是可穿透壁面, 可以让蒸汽以一定速率透过。

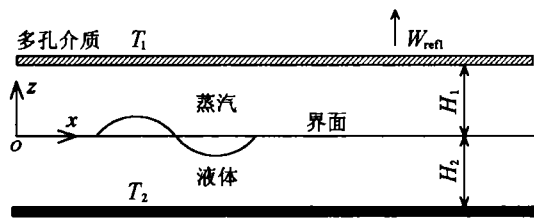


图 1 两层流系统的物理模型示意图

假设基态界面是没有变形的, 在蒸发扰动的时候, 会引起界面变形。我们考虑系统刚刚偏离平衡态时, 蒸发扰动对稳定性的影响, 当汽/液层之间的蒸发到达平衡状态, 这时基态的蒸发速率为 $W_{ref1} = 0$, 汽/液中的基态温度呈线性分布。分别采用 H_2 , ν_2/H_2 , ν_2/H_2^2 , ΔT 为长度, 速度, 时间和温度的无量纲尺度。其中 H_2 为液层厚度, ν_2 为液层的运动粘性系数, $\Delta T = T_2 - T_{int}$ 为液层的温差 (T_{int} 是汽/液界面处温度)。在界面处, 由于汽/液层之间化学势差, 会引起非平衡的蒸发, 蒸发速率满足:

$$J = K[\mu_1(p_1, T) - \mu_2(p_2, T)]$$

其中 μ_1 , μ_2 为界面处汽液的化学势, K 为一个正值系数。在汽/液化学势相等的平衡点做 Taylor 展开, 得到下式:

$$J = \beta \sqrt{\frac{M}{2\pi RT}} [p_s(T) - p_0(T)]$$

这里 β 为液体的蒸发系数, M 为蒸汽的摩尔质量, R 为普适气体常数, p_s 为界面温度对应蒸汽饱和蒸汽压, p_0 为界面处蒸汽的压力。

对系统采用 Boussinesq 近似, 然后对连续性方程, 动量方程及能量方程线性化, 对速度, 温度, 压力分别引入与 $\exp[\lambda t + i(\alpha_x x + \alpha_y y)]$ 成正比的正则模式小扰动量 (详见文献 [6])。扰动方程和边界条件为:

$$i\alpha U_1 + DW_1 = 0$$

$$\lambda \rho^* U_1 = -i\alpha P_1 + \nu^* \rho^* (D^2 - \alpha^2) U_1$$

$$\lambda \rho^* W_1 = -DP_1 + \rho^* \nu^* (D^2 - \alpha^2) W_1 + \rho^* \beta^* Gr \Theta_1$$

$$\lambda Pr \Theta_1 + Pr \frac{\partial T_{10}}{\partial z} W_1 = \kappa^* (D^2 - \alpha^2) \Theta_1$$

$$i\alpha U_2 + DW_2 = 0$$

$$\lambda U_2 = -i\alpha P_2 + (D^2 - \alpha^2) U_2$$

$$\lambda W_2 = -DP_2 + (D^2 - \alpha^2) W_2 + Gr \Theta_2$$

$$\lambda Pr \Theta_2 + Pr \frac{\partial T_{20}}{\partial z} W_2 = (D^2 - \alpha^2) \Theta_2$$

无量纲边界条件:

$$z = h_1: U_1 = 0, W_1 = 0, \Theta_1 = 0$$

$$z = -h_2: U_2 = 0, W_2 = 0, \Theta_2 = 0$$

$$z = 0: U_1 = U_2$$

$$\rho^* (W_1 - \lambda \eta) = W_2 - \lambda \eta$$

$$P_2 - P_1 - 2DW_2 + 2\mu^* DW_1 =$$

$$\alpha^2 \frac{1}{PrCa} \eta + (1 - \rho^*) \frac{Ga}{Pr} \eta$$

$$Pr(DU_2 + i\alpha W_2) - Pr \mu^* (DU_1 + i\alpha W_1) =$$

$$-i\alpha Ma (\Theta_1 + \eta \frac{\partial T_{20}}{\partial z})$$

$$\Theta_1 + A_1 \eta = \Theta_2 + A_2 \eta$$

$$E(W_2 - \lambda \eta) - \chi^* D\Theta_1 + D\Theta_2 = 0$$

$$W_1 - W_2 = E_2 [E_1^{-1} (\Theta_2 + A_2 \eta) - P_1]$$

其中, D 是无量纲微分算子 d/dz ; α 是无量纲波数; λ 是扰动态物理量的时间增长因子; U_1, U_2 分别是汽液层 x 方向的无量纲速度的幅值; W_1, W_2 分别是汽液层 z 方向的无量纲速度的幅值; Θ_1, Θ_2 是正则模式扰动态的无量纲温度的幅值; A_1, A_2 为汽液层中的基态温度梯度; P_1, P_2 是正则模式扰动态的无量纲温度的幅值, η 为界面变形的幅

值。 Gr 和 Ma_2 是方程和边界条件中的无量纲参数: Grashof 数 $Gr = g\beta_2\Delta T/\nu_2^2$, 液层的 Marangoni 数 $Ma_2 = \sigma_T\Delta TH_2/\mu_2^2\kappa_2^2$, σ_T 是表面张力系数随温度变化率的相反数。无量纲参数 Prandtl 数 $Pr = \nu_2/\kappa_2$, $E = \rho_2\nu_2L/\chi_2\Delta T$, $E_1 = \rho_2\nu_2^2T_0/\rho_1H_2^2L\Delta T$, $E_2 = \beta\nu_2(\rho_2 - \rho_1)(M/2\pi RT)^{1/2}/\rho_1h_2$, $Ca = \mu_2\kappa_2/\sigma_2H_2$, $Ga = gH_2^3/\kappa_2\nu_2$, $\nu^* = \nu_1/\nu_2$, $\rho^* = \rho_1/\rho_2$, $\chi^* = \chi_1/\chi_2$, $\kappa^* = \kappa_1/\kappa_2$, $\beta^* = \beta_1/\beta_2$ 为汽 / 液层的运动粘性, 密度, 热传导系数, 热扩散, 热膨胀系数的比值。

3 数值结果

3.1 数值方法

采用谱方法求广义特征值, 用 Chebyshev 多项式离散上述线性化方程组和边界条件。

3.2 数值结果

本文以温度为 373.15 K 的水和水蒸汽组成的两层流系统为研究对象进行理论分析, 分析蒸发系数的变化以及重力作用对系统 Rayleigh-Marangoni-Bénard 稳定性的影响。该系统的物性参数比和无量纲数值分别是: $\nu^*=71.7$, $\rho^*=6.25\times 10^{-4}$, $\chi^* = 3.68\times 10^{-2}$, $\kappa^*=1.18\times 10^2$, $\beta^*=9.97$ 和 $Pr = 1.78$ 。

我们首先分析不考虑重力影响的情况下 ($g=0$), 水与水蒸汽的两层流系统的 Marangoni-Bénard 对流不稳定性特征及临界 Marangoni 数与无量纲波数之间的变化关系。

图 2 给出了汽 / 液厚度比为 1:10 时的系统临界 Marangoni 数与波数的关系曲线, 其中的 Marangoni 数是以液层厚度和液层的温差定义的 Marangoni 数 Ma_2 。图中的每一条曲线把平面分成两部分, 曲线的上半部分是不稳定区域, 下半部分是稳定区域。每条曲线上的最低点对应的 Marangoni 数为临界 Marangoni 数。当上下壁面的温差使系统的 Marangoni 数大于临界 Marangoni 数时, 在实验中会观察到汽液界面的失稳。蒸发的作用主要体现在蒸发系数的变化。当蒸发系数 $\beta=0$ 的情况, 临界 Marangoni 数 Ma_2 为 80, 对应的临界波数 $\alpha=2.0$, 这与经典的无蒸发单层流模型结果是一致的。随着蒸发系数的逐渐增大, 大波数下对应的 Marangoni 数随之变大。在波数 α 接近于 0 时, 不同蒸发系数下的 Marangoni 数趋近于一个定值。当蒸发系数的增大到一定的数值, 小波数下对应的 Marangoni 数小于曲线在大波数下的最低点时, 系统对应的是长波失稳。

其次, 我们考虑了重力对界面变形的影响 ($Ga \neq$

$0, Gr = 0$), 而不考虑重力在汽 / 液层中引起的浮力 (Rayleigh) 效应。该情况下系统临界 Marangoni 数与无量纲波数之间的变化关系曲线如图 3 示。图 3 给出了汽液层厚度比为 1:10, 图 3 的曲线与图 2 的曲线形状和趋势都很接近, 只是在小波数下有差别。在小波数段, 对给定的蒸发系数, 图 3 曲线的 Marangoni 数要大于图 2 曲线的 Marangoni 数。这说明重力对界面的影响主要在小波数下起作用, 使系统趋于更稳定。

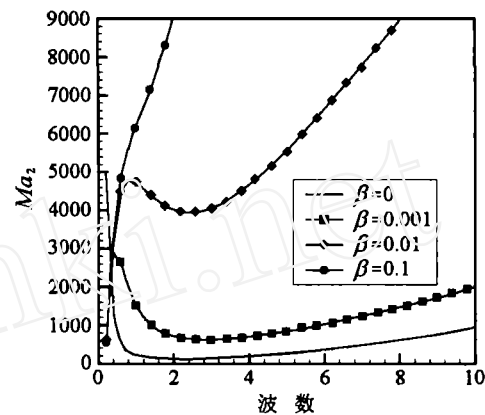


图 2 汽 / 液厚度比为 1:10, 不考虑重力的影响, 在不同无量纲蒸发系数下液层的临界 Marangoni 数与波数的关系

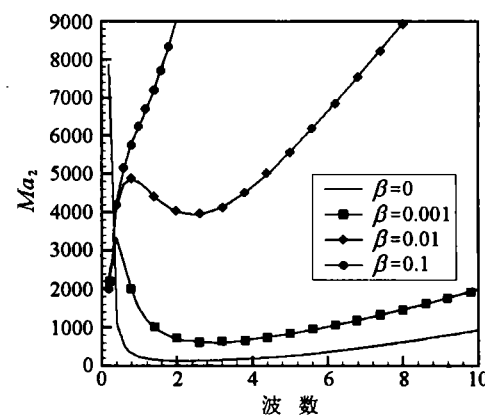


图 3 汽 / 液厚度比为 1:10, 考虑重力的影响, 在不同无量纲蒸发系数下液层的临界 Marangoni 数与波数的关系

图 4 给出了汽液层厚度比为 1:10, 考虑重力对系统影响的情况和考虑重力对系统影响的情况下, 临界 Marangoni 数的比值。

其中 $R_1 = \Delta T_g/\Delta T_{Ma}$, $R_2 = \Delta T_{Ra}/\Delta T_{Ma}$ 。 ΔT_g 表示考虑重力对表面的影响时的液层中临界温差, ΔT_{Ra} 表示考虑 Rayleigh 数的影响时的液层中临界温差; R_1 为考虑重力对界面作用与不考虑重力的情况下对应的临界温差的比值; R_2 为同时考

考虑重力对界面作用加上 Rayleigh 效应与不考虑重力的情况下对应临界温差的比值。 $R_1 > 1$ 表示考虑重力的界面效应时比无重力的情况下稳定, $R_2 > 1$ 表示考虑重力的界面效应和 Rayleigh 效应时比无重力的情况下稳定。

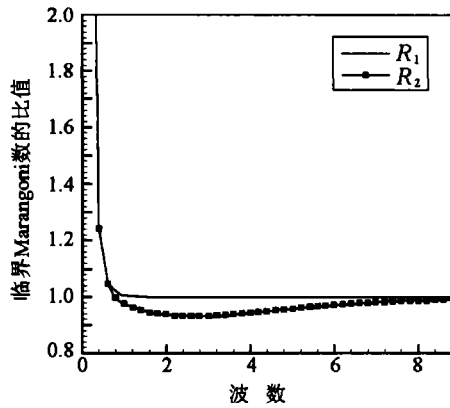


图4 汽液厚度比为 1:10, 蒸发系数为 0.01, R_1 、 R_2 与波数的关系

下面我们根据图 4 的结果, 以蒸发系数取 0.01 的情况为例, 说明重力对系统稳定性的影响。

(1) 重力对界面的影响:

R_1 在小波数下大于 1, 在小波数以外的范围, R_1 约等于 1。说明重力对界面的影响主要在小波数的情况下起作用。重力对界面的作用在小波数下使系统更稳定。

(2) 重力的 Rayleigh 效应:

R_2 在小波数下等于 R_1 , 在一定波数 (0.4~8.0)

的范围内, R_2 小于 1。重力的 Rayleigh 效应只在一定的波数范围内起作用。Rayleigh 效应使系统更不稳定。

4 结 论

本文采用线性稳定性方法, 对带有蒸发的汽/液两层流系统的 Rayleigh-Marangoni-Bénard 不稳定进行了理论分析。得到了系统的临界 Marangoni 数与无量纲波数之间的变化关系。计算结果表明蒸发系数和重力是影响汽/液两层流系统稳定性的重要因素。讨论了重力与 Marangoni 效应耦合在一起时, 重力对系统稳定性影响的两种不同作用机制: (1) 对变形界面的作用使系统更稳定, 作用范围为 wavenumber < 0.6 ; (2) Rayleigh 效应使系统更不稳定, 作用范围为 $0.4 < \text{wavenumber} < 8.0$ 。

参 考 文 献

- [1] Pearson J R A. On Convection Cells Induced by Surface Tension. J. Fluid Mech, 1958, 4: 489-500
- [2] Rayleigh L. On Convection Currents in a Horizontal Layer of Fluid When the Higher Temperature is on the Under Side. Phil Mag, 1916, 32(6): 529-546
- [3] Liu Q S. Marangoni Convection in Multiple Liquid Layers. ACTA Mechanica Sinica, 2002, 34(4): 481-491
- [4] Ozen O, Narayanah R. The Physics of Evaporative and Convective Instabilities in Bilayer Systems: Linear Theory. Phys. Fluids, 2004, 16(12): 4644-4625
- [5] 刘荣, 刘秋生. 两相流层的 Marangoni-Bénard 不稳定性分析. 工程热物理论, 2005, 26(2): 264-266
- [6] Liu R, Liu Q S, Hu W R. Marangoni-Bénard Instability with the Exchange of Evaporation at Liquid-Vapor Interface. Chinese Physics Letters, 2005, 22(2): 402-404