

固体的统计细观力学 —— 连接多个耦合的时空尺度^{*,**}白以龙¹ 汪海英^{1,†} 夏蒙梵^{1,2} 柯孚久^{1,3}¹ 中国科学院力学研究所非线性力学国家重点实验室, 北京 100080² 北京大学物理系, 北京 100871³ 北京航空航天大学应用物理系, 北京 100083

摘要 从固体力学所面临的新的挑战——多物理、多尺度耦合及其现状的描述开始, 以层裂过程为例, 说明了这些多尺度非平衡问题的基本困难在于, 在固体中不同尺度上有不同的微结构层次及不同的演化物理和速率。接下来, 概述了一些针对这一困难的独特的思路及其成果。第 3 部分强调了一些统计平均方法的范式, 以及处理包含多个时间和空间尺度的问题的新思路, 特别是非平衡损伤演化导致宏观失效的问题。在第 4 部分, 简要评述了一些连接多个空间和时间尺度的细观力学框架, 如位错理论, 物理细观力学, Weibull 理论, 随机理论等, 并且阐述了其中蕴含的跨尺度耦合的机理。然后, 在第 5 部分, 回到了描述损伤演化过程的框架, 也就是统计细观损伤力学以及它的跨尺度封闭近似。基于这些跨尺度框架, 在第 6 部分, 对控制跨尺度耦合的可能机理进行了评述和比较。由于对失效时灾变的洞察与跨尺度强耦合紧密相关, 一些非平衡和强相互作用的新概念在第 7 部分进行了讨论。最后, 以一个简短的总结和 一些建议结束。

关键词 统计细观力学, 多时空尺度, 多物理耦合, 跨尺度关联

1 引言

对包含多个耦合的时空尺度现象的研究既是需要又是机遇, 对于具有微结构的固体材料的力学问题尤其如此。特别是, 对固体力学中多时空尺度耦合的考虑应该主要关注“崩溃”(breakdown) 行为的研究。这些问题的基本困难是由于在固体中不同尺度上有不同的微结构层次及不同的演化物理和速率。为了构建一个连接多个耦合的时间和空间尺度的跨尺度理论框架, 必须阐明控制细观动力学与宏观力学方程如何协调的机制。

本文对一些典型的理论框架进行了评述, 重点放在它们的表象、特征细观长度尺度、将细观参数传递到宏观行为的控制机制以及相应的跨尺度方程上。对于损伤演化导致失效的跨尺度过程, 评述了处理多个时间和空间尺度的统计细观损伤力学。以层裂过程为例, 看起来, Deborah 数, 即多个时间尺度的比值, 是控制这个多尺度过程的关键因素。而且, 损伤演化

的串级过程会放大微结构对失效的影响并导致跨尺度敏感性。为了预测演化诱致灾变, 临界敏感性的概念似乎是实践中有前途的方法。总而言之, 固体统计细观力学所面临的新挑战是, 处理多个空间尺度上的包含着多个时间尺度的物理耦合, 理解具有工程重要性的不平衡演化过程导致的灾变, 建立相应的耦合的跨尺度方程, 澄清其中所蕴含的跨尺度耦合的机制。

这篇综述的主要目标是, 澄清为什么研究涉及多个空间和时间尺度的现象是一个需要和机遇, 以及澄清什么是表征多尺度现象所面临的挑战, 然后为对这些问题的物理理解和公式描述给出一些提示。这对于固体力学中涉及微结构的、有关“崩溃”性质的问题, 也就是固体材料的破坏问题, 尤其重要。

2 一个新的挑战: 多物理和多尺度耦合

2.1 背景

“其实还有第 4 类问题, 那就是连基本概念还不

收稿日期: 2006-04-20

* Applied Mechanics Reviews 惠允版权翻译此文 (Published with kind permission from Applied Mechanics Reviews, Volume 58

© 2005 by ASME, www.asme.org). 关键词是译者加的

** 国家自然科学基金 (10172048, 10232040, 10232050, 10372012, 10302029)、中国科学院知识创新工程 (KJ CX2-SW-L2) 和国家重点基础研究发展计划 (G200007735) 资助项目

† E-mail: why@lnm.imech.ac.cn

十分清楚的问题, 例如固体强度和塑性变形就是如此”^[1]. 40年前, 钱学森在他著名的专著《物理力学讲义》中这样写道.

从物理的角度说, 这个论述仍然成立. “尽管这个世纪在固体物理领域取得了巨大的进展, 物理学家只对物质如何破坏的问题倾注了很少的注意力. 这种忽视部分是由于这个问题看起来太难了: 裂纹从原子尺度上产生, 扩展到宏观层次, 是不可逆的、远离平衡的过程.”^[2]

不幸的是, 直至今日, 这个问题仍是我们不得不接受的挑战. 在 Applied Mechanics Reviews 上最近刊登的一篇综述中, Bazant 和 Chen^[3] 指出材料力学理论家很少考虑到材料的尺度律和尺寸效应问题, 这是由于在考虑分布损伤和准脆材料的非线性断裂力学出现以前, 所有理论无一例外地采用了用应力与应变表达的失效准则, 而这个应力或者应变都没有尺寸效应. 而且, 他们很清楚地画了一张人类知识逐渐扩张的图(图 1). “尽管我们已经知道很多, 损伤力学仍然是一个难以对付的问题, 其难度可能与湍流问题相当”, 他们这么写道. 实际上, 湍流问题“占据着人们最好的思维已经长达一个世纪了”, 并且“还需要很长时间才能完全加以解决”^[3]. 于是他们认为, 对损伤及其尺寸效应的统计特征的微观力学基础的研究是一个有潜在效益的研究方向.

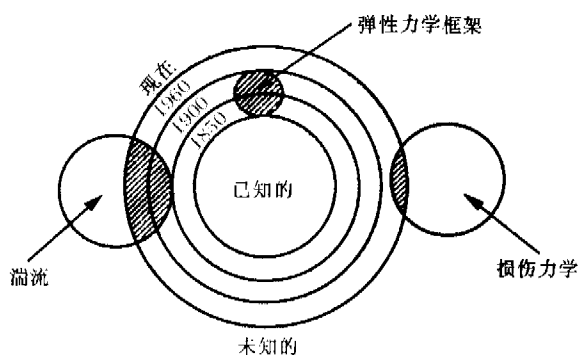


图 1 人类知识扩张透视图中的损伤力学^[3]

那么, 究竟是什么导致了这个长期并将继续存在的挑战呢? 从工程的角度来说, 正如 Becker 等^[4] 所提出的, 为了预测和防止机器的失效, 我们应该对故障预测和健康管理关注更多. 这可能是一个 6 层次的综合预测. 例如对于车辆而言, 包括了整体、系统、子系统、部件、元件和材料等层次. “尽管任务需求是从最高的层面上提出来的, 失效却起源于最底层”. 实际上, 初始损伤, 如微裂纹和微孔洞, 可能在材料内更低的微结构层次上产生. 但是, 其演化却涉及多个层次, 比如蠕变或者微损伤的相互作用, 最终可能导致整个平台的失效. 或许最近发生的哥伦比亚号

悲剧也是由于一个类似的包含多个时间和空间尺度的过程. (<http://www.spaceref.com>)

更明确地, Miller 在第 7 届国际疲劳大会的开幕式上说, “当我们进入第 3 个千年时, 也就是说在公元 2000 年以后, 工程师出于对更高效率的追求, 将设计极限推得更远, 更多的灾变性疲劳失效就会发生”, 并且“缺陷尺寸和循环裂纹的增量是在亚微观或原子尺度上”^[5].

也许是基于相似的感觉, Glimm 和 Sharp^[6] 提出多尺度科学是 21 世纪的挑战. 他们提出多尺度科学研究耦合了多个长度和时间尺度的现象, 发展多尺度科学的方法既是一种需要又是一个机遇.

2.2 现状

现在, 我们应该先来看看对于这些以及类似的问题都有哪些处理方法以及这些方法的优势和局限性.

作为一种关于具有微结构的固体材料的方法的简单回顾, 我们应该首先着重谈谈微力学和损伤力学. Eshelby 的夹杂解^[7], Mura 的专著^[8], 和 Budiansky 的综述文章^[9] 都是用微力学来处理固体微结构的早期工作的代表. 微力学方法的范式是, 应用传统的连续力学来分析典型的微结构过程. 这样, 人们就能理解很多微结构的重要特征, 如夹杂内的本征应变等. 在这个意义上, 微力学本质上是一种从上而下的方法, 它将连续力学扩展到它可以使用的极小极限.

与微力学不同, 损伤力学将微结构的变化用一个连续变量——损伤来刻画, 或者损伤变量也可看作热力学中的一个新的内变量^[10~13]. 连续损伤力学忽略了微观细节, 也忽略了细观和微观上的控制机制. 因此, Krajcinovic^[13] 质疑损伤参数的选取究竟是艺术还是科学也就不足为奇了. 作为工程界实用的工具之一, 损伤力学简单地将损伤材料的力学性质的平均变化, 比如用弹性模量的折减, 作为损伤的度量. 因此, 连续损伤力学包括两个组成部分: 演化规律和临界损伤. 然而, 演化规律和临界损伤都是唯象的、经验性的, 缺少微观或者细观的物理基础.

尽管以上两种方法从固体中多个尺度的两端出发并且看起来很不同, 但是他们从本质上都是连续力学并且没有任何新的微结构的统计规律. 因此, 这两类方法都不能合理地处理分布式微损伤非平衡演化导致的失效问题.

后来, 细观(或称为介观)力学被提出来^[14]. 由于新材料的迅速发展以及作为一种微结构和力学之间的连接, “细观力学是推进非连续力学发展的一个

新的动力。”它将“毫无疑问会带来现有力学理论的巨大变化,并且可能带来新的力学概念”^[14]。

另一方面,多尺度问题在力学界以外也被研究和讨论着,特别是在数学、计算科学、物理学、化学、生物学以及材料科学等^[15~19]。

从计算固体力学的观点看,这些工作大多在多尺度算法等方面有贡献。一些论文提供了关于这些方法中所用的范例的一些有教益的观点。大致来说,存在3类模型:分子模拟和位错动力学、连续模型以及网络或格子模型。例如,在微观尺度上发展了离散位错塑性、非局域塑性、以及扩散与变形的耦合等计算方法^[20];在细观尺度上发展了连续细观力学有限元方法^[21];并且对于周期细观构型发展了两尺度方法^[22,23]。Caltech的研究小组和他们的合作者讨论了将连续和原子模型耦合的方法^[24]。由于失效表现为一种集体现象,并且涨落不可忽视,一些网络模型和格子模型被引入^[25~29]。这些简单模型的优势在于他们可以重现失效过程的一些重要特征。比如,Hansen等^[30]、Schmittibuhl等^[31]、Hansen和Schmittibuhl^[32]提出了一种熔丝模型来揭示脆性材料断裂表面的标度特征。结果表明,脆性材料断裂表面的大尺度普适粗糙度是因为断裂扩展是由损伤连接造成的,这个过程可以用一个以应力为权重的逾渗模型来描述,并且所得的粗糙度指数与试验中的测量值相当一致。

这些多尺度研究的发展促进了一些新的期刊和会议的出现,其中,以下这些对读者会颇有兴趣。

期刊Physical Mesomechanics于1998年在俄罗斯创刊。“在物理细观力学中,一个受载的固体被当作一个多层次的自组织系统,其中塑性流动是由于在微观、细观和宏观层次的剪切稳定性的丧失而自洽地发展的。”^[33]另一个新创刊的期刊是SIAM Journal on Multiscale Modeling and Simulation (MMS)。关于多尺度问题的本质,MMS这样认为,“多尺度模拟是一个学科高度交叉的领域,包含了在各个领域内独立的发展。很多的科学和工程问题包含了多个尺度,由于其尺度范围及变量的数目让人望而却步,即使我们用巨型计算机,传统的单一尺度方法被证实是不够的。因此,我们越来越需要发展适合于多尺度问题的系统模型和模拟方法。”^[34]

类似地,举行了很多国际会议来探讨处理多尺度问题的前景和新的范式。例如,MRS Symposium on Advances in Materials Theory and Modeling—Bridging over Multiple-Length and Time Scales^[19],Mesomechanics系列会议^[35,36],International Symposium of Multiscaling in Mechanics^[37]等。

从这些出版物和活动的丰富性,有人可能会问这些多尺度的问题中究竟包含什么新的需求呢?为了理解这点,我们借助于一个特定的问题来说明,为什么现有的方法不足以处理这些多尺度问题以及其中新的挑战。

2.3 涉及多个空间和时间尺度的问题的例子:层裂

损伤累积随时间演化的特征有两类极端的例子:蠕变和层裂。蠕变是指固体在长到几小时乃至几年的载荷作用下的破坏行为,层裂是指固体在纳秒到微秒的瞬态载荷作用下的失效。这两种失效方式都依赖于外载的幅值和作用时间。很明显,通常的材料性质,比如材料强度,在这两种情况下不再是常量。前面提到的综合预测诊断的6层次可能来源于类似的过程。因此,损伤演化是一个说明多个时间和空间尺度耦合对材料的宏观行为产生影响的好例子。由于力学界已经对蠕变很熟悉了,以下简要介绍层裂。

基于试验观察,一个非常通用的对时间积分的层裂准则已经使用了很长的时间^[38]

$$(\sigma/\sigma^* - 1)^\nu \cdot \Delta t = K \quad (1)$$

其中, σ 和 σ^* 分别是应力和应力阈值, Δt 是载荷作用时间, ν 和 K 是两个参数。这个准则说明层裂的应力阈值不再是材料常数,而是一个依赖于载荷作用时间的变量。而且,由于准则中的指数 ν 既不是1也不是2,因此这个准则既不是宏观上的动量准则,也不是宏观上的能量准则^[39~41]。那么,这个依赖于时间的失效过程的机理是什么呢?实际上,这是处理时间相关的多尺度固体失效问题的一个很普遍的难点。也许,研究细观尺度上分布式微损伤的演化行为是一个可能有效的方法。

俄罗斯的研究人员报道了关于层裂的很多有趣的现象。比如,钢的层裂强度的反常增加,这个现象后来用马氏体转变导致的拉伸应力松弛来解释^[41];对计及失效波形成的石英单晶的层裂强度作了测量^[42]。俄罗斯科学家对固体材料在激波作用下的层裂的观察和分析的系统综述可以参考Kanel的文章^[43]。

Davison和Stevens^[44,45]将连续损伤的概念推广到层裂问题。特别是,他们注意到简单损伤和复合损伤累积的不同。简单损伤通常发生在损伤演化的早期,其速率与已有的损伤无关。后来,损伤累积将依赖于当时的损伤程度,因为对于已经损伤的样品,损伤的发展会变得更加容易了。在这个阶段,损伤累积的速率将成为所施加的应力和即时损伤的函数,这就是复合损伤累积。他们正确地指出了复合损伤在失效

过程中的重要性。然而,在很长时间内,复合损伤的本质是什么依然是一个未知的问题。

在 20 世纪 90 年代, Meyers, Grady 和 Kipp 对层裂的研究进行了全面的评述 [46,47]。一方面,他们注意到“现有的高速计算机和激波传播软件,为在这些软件中发展关于断裂和碎裂的连续模型提供了可能”。另一方面,他们强调,“我们仍然需要定量的 / 预测性的,基于层裂的连续度量和微裂纹的成核和扩展的模型”,“基于脆性和韧性断裂中微裂纹成核和扩展的统计表征的连续模型看起来是一个有吸引力的方法,尤其是当它与一个对演化的断裂状态的连续累积损伤的描述框架结合时更是如此”[48]。最近,由于搜集了多种材料的更多的数据,模型和工程实践,这个挑战性的问题重新引起了人们的兴趣 [49,50]。正如 Clifton 所指出的 [49],“由于晶界微裂纹的扩展和合并导致的动态失效包含了扩展裂纹间的相互作用,不论从随机力学的角度还是从晶粒集合的脱粘的计算模拟的角度,对这个过程的洞察是必须的。”特别是,如何定量地考虑微结构和微损伤演化成为宏观失效问题的焦点。例如,与连续损伤力学不同,探讨分布式微损伤的非平衡统计物理及其跨尺度耦合,看起来是一个新的机会。

从以上叙述,我们可以得到以下图像:层裂是一个涉及多个耦合的时间和空间尺度的典型过程。至少,包含了两个长度尺度:样品尺度(宏观层次),微损伤尺度(细观层次)。此外,还有原子尺度。而且,为了分析这个现象,还需要引入一个代表体元,这是另一个比微损伤尺度大,但是比宏观样品小的尺度。特别是,对于完全层裂,还会有新的结构涌现——层裂区域,这可能是一个亚宏观的尺度。另一方面,这个过程中至少有 3 个时间尺度:宏观应力波作用时间,两个细观特征时间:微损伤成核和扩展的时间,而且,还有一个原子时间尺度,比如原子频率。因此,层裂确实可以作为一个包含多个时间和空间尺度的典型例子。

2.4 有特点的想法

正如前面所述及,分布式微损伤作为一种细观非均匀性经常在失效分析中起很重要的作用。时间相关的层裂、破碎、蠕变 [51] 和推进器中爆燃到爆轰的转变,爆炸 [52] 等都是细观实体非平衡演化的著名例子。从科学上讲,对于这些包含多个耦合的时间和空间尺度的问题,传统的固体力学方法几乎无能为力。

长时间以来,人们已经知道,力学测量中强度的分散度几乎总是比刚度的分散度大。这是因为刚度实际上反映了微结构的平均行为,而强度却对微结构的

细节非常敏感。Hansen 等 [53] 对此的描述非常清楚“人们早就知道无序性的出现可能强烈地影响材料的行为。然而,对无序性的敏感程度却很不同。输运性质,比如传导率和弹性常数,远没有“崩溃”性质,如材料强度敏感”。最近,Bochenek 和 Pyrz [54] 表达了类似的想法,“对于那些有了平均值就足够的系统,和那些必须要建立很多关于微结构的认识的系统,它们有显著的不同。平均化常常通过一种有效中介的方法,它适用于预测诸如刚度和传导率这样的性质。然而,断裂或电学的“崩溃”会依赖于微结构的具体细节,通常平均化的方法是不适用的”。事实上,这些不同的本质在于,“崩溃”行为,如失效和强度,是被跨尺度串级的损伤演化过程所控制,而传统的线性输运可视为某种在平衡态附近的行为。因此,很显然,为了理解“崩溃”行为的物理,一个耦合的跨尺度框架是必须的。或者,我们应该说传统的求解 3 个场方程(连续方程,动量方程,能量方程)以及本构方程的力学范式,对于跨尺度耦合的问题是不够的。因此,我们必须探讨新的范式来包括跨尺度耦合的过程。

然而,在这个过程中,我们遇到两个主要困难。一个是如何恰当地对跨尺度耦合进行封闭,因为这种跨尺度公式通常会导致一个从宏观到微观尺度的无限系列,就像 BBGKY 系列 [55]。另一个困难是,在连续力学里和多数现有的多尺度模型中,所采用的平均化方法常常会抹平一些细观细节的效应,而这些细节通常在接近宏观失效时会被放大并变得非常重要。我们认为,这些是我们所面临的真正挑战。

更广泛地说,McDowell 在主题为“连续损伤力学在疲劳和断裂的应用”的 ASTM STP 的前言中写道,“这些是发生在多个相互关联的长度尺度上(的现象)”,“严格处理这些非均匀分布缺陷,要求发展出迄今在连续损伤力学中尚未发展出的工具”。这强烈地要求我们求助于不可逆统计热力学。

现在,针对这些由多个耦合的时空尺度所控制的问题所提出的新要求,我们应该提炼一些指导性的思想。这就是说,处理对低层次细节敏感的材料失效问题的范式,关键点在哪里?以下是最近的几个研讨会所关注的焦点议题。

尽管细观非均匀性和应力涨落的存在已经被试验和理论分析者所认识,细观尺度上非均匀性和非平衡激波前沿动力学的问题大多被忽略了,尽管这些问题一定会强烈地影响断裂和相变等现象。于是,在固体中的激波动力学与非平衡细观涨落研讨会上,以下这些具体的问题被提了出来 [57]: (1) 我们可以得到哪些试验数据,它们意味着什么? (2) 有关于激波动力学的新的细观理论吗? (3) 新的理论会如

何影响已有的关于处理断裂和相变的范式？(4) 我们需要什么样的新的计算和材料模型？

在另一个关于力学中的多尺度问题的研讨会上, Sih 说“尽管关于多尺度标度的研究活跃, 并且在产生和发展新的想法, 它还不应该被当成是解决问题的方法. 它只是揭示了各尺度之间有复杂的相互作用, 而对这些复杂的作用似乎没有简单的关于其基础的表达形式”^[58]. 进而, 他提出了一些引起兴趣的问题: (1) 在材料的结构实体和宏观性能之间存在一对一的相应关系么? (2) 时空标度律是探询和理解材料行为的有效概念么? (3) 当材料的体积持续减小时, 我们必须包括材料结构的非完整性的效应么?

因此, 作为对固体统计细观力学所面临的挑战的概括, 我们强调跨尺度物理和相应的多尺度耦合的框架的重要性, 这种框架应该能揭示和表征具有重要工程意义的非平衡损伤演化导致的失效.

3 统计平均和耦合的范式

实际上, 当我们检查含有微结构的固体中所包含的时间和空间尺度时, 我们面临着跨微观、细观和宏观等 3 个层次的问题 (见图 2)^[59]. 严格地说, 术语“微观”应该是指原子层次的过程, 如位错, 点缺陷等. 在这篇综述中, 我们仍然沿用这种理解. 另一方面, 很多发生在细观层次的现象已经被冠以前缀 micro-, 如微裂纹 (microcrack), 微孔洞 (microvoid), 微损伤 (microdamage), 微结构 (指晶粒和相结构, microstructure) 等. 为了与现有的文献相一致, 在这篇综述中我们也仍保留这些术语, 但是把他们当成细观层次的现象.

在这一节, 我们首先说明不同层次上不同物理的重要性. 接下来, 我们回到统计平均的范式. 最后, 我们讨论在发展适于处理非平衡损伤演化导致宏观失效问题的跨尺度范式时所面临的特定的挑战.

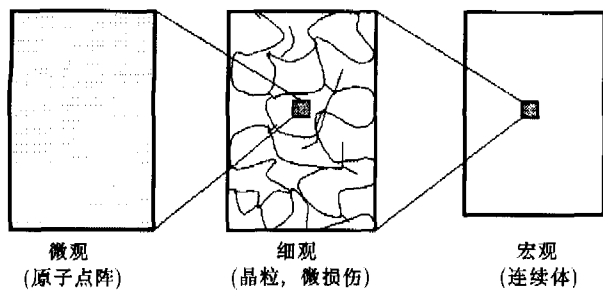


图 2 长度尺度的示意图^[59]

3.1 不同层次上不同的物理

有很多例子可以说明不同尺度上有不同的物

理^[60]. 统计方法常常用来连接两个不同的层次. 历史上, 对热现象的本质的探究导致了热力学. 作为连续理论, 热力学尽管是正确的、可靠的, 但是它把材料当成连续体处理, 因此不能提供材料的特定知识. 为了解气体的行为, Clausius, Maxwell, 和 Boltzmann 发展了分子运动论. 他们发现了气体的状态方程和大量气体分子的统计行为, 特别是气体分子的速度分布之间的关系. Gibbs 完成了系综统计的普遍理论^[61].

不同于经典力学, 统计物理是一种研究大量颗粒组成的宏观物体行为的方法. 对于有很多颗粒组成的系统, 即使我们能得到所有颗粒的相应的控制方程的通解, “仅仅因为要消耗大量的时间和纸张, 我们就不可能将每一个颗粒的初值带入方程中”^[62]. 而且, 由于宏观量本质上是统计平均, 客观上我们也需要采用统计的方法^[61,63].

最近, Kadanoff^[64] 指出, 为了考察凝聚系统的有趣的性能, 比如材料的失效、地震或雪崩动力学等, 人们开始在所谓的物理动力学领域开展了各种深入的研究. 当科学转移到越来越复杂的系统时, 在下一代科学问题中引入统计方法可能是至关重要的. 而且, 它应该部分根植于实验, 部分根植于对力学规律的结果的深入的分析^[64].

另一方面, 有人可能会问, 统计力学是否是经典力学的一个结果. 实际上, 正如 Landau 和 Lifshitz 所说, 在由很多粒子组成的系统中, “看来有新的独特的规律出现”. “由于物体中有大量的粒子, 所以才有这些所谓的统计规律, 这些规律决不能用纯力学术语来解释”, 他们又说, “统计的重要性在于这样的事实, 我们始终在处理这样的宏观物体, 它们的行为不能用纯力学的方法来描述, 但是它们实际上遵守统计规律”^[62]. 为什么呢? 这是因为, 在一定的宏观条件下, 存在无穷多的微观可能的状态, 这些状态不能唯一地由宏观条件来决定. 所有可能的微观状态对统计平均量的贡献就是新的统计规律^[61].

而且, 固体中多时空尺度的非平衡问题的基本难点在于固体中微结构的层次, 并且不同层次上的物理不同. 为了解这个难点, 让我们来回顾一下传统统计物理学中对理想气体和简单固体的处理.

理想气体和简单固体是最简单的情况, 理想气体通常被处理成由大量近独立粒子组成的系统, 简单固体则被当成由线性振子组成的系统. 以理想气体为例, 其中只有两个层次: 分子层次和连续层次, 并且分子之间除了碰撞以外没有其它相互作用. 因此, 为了连接分子和连续这两个层次, 我们只需要两个常数: Avogadro 常数 $N_A = 6.02 \times 10^{23}$ molecules/mole

(摩尔的分子总数) 和 Boltzmann 常数 $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{J/K}$ (Boltzmann 统计所引入的常数)。于是, 根据压力本质上与分子平动的总动能成正比以及 Boltzmann 统计, 可以得到理想气体状态方程^[61,62]

$$pv_a = N_A k \theta = R\theta \quad (2)$$

其中, θ 是温度, v_a 是比容, $R = N_A k$ 是摩尔气体常数, 这是一个以前已经有的宏观经验参数, 但是现在有了清晰的微观物理基础 (图 3)。

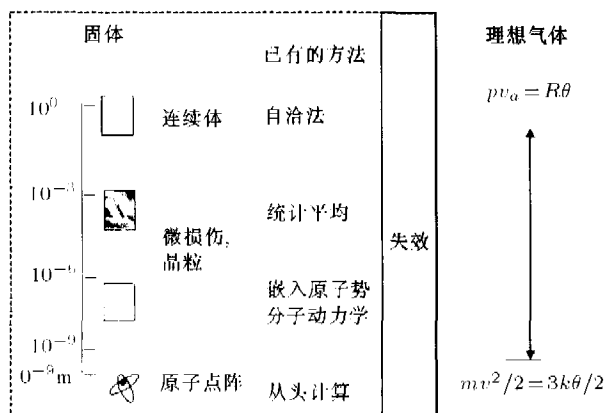


图 3 传统统计物理中的宏观和微观尺度

基于类似的想法和更多一些计算, 建立了固体的 Grüneisen 状态方程^[65]。在这个近似表达中, 晶体被当成由大量线性振子组成的一个简单的动力学系统。而且, 应力只有压力。这样, Grüneisen 状态方程就有一个和理想气体状态方程相似的形式, 并且与气体常数类似, 出现了 Grüneisen 常数 Γ

$$[p - p_k(V)]V = \Gamma[E - E_k(V)] \quad (3)$$

其中, p_k 和 $E_k(V)$ 分别是“冷”压力和“冷”能量。

这两个例子说明了两个要点。一个是状态方程绝不是粒子的运动方程组, 而是一个新的统计规律。另一个就是, 跨尺度方程如此简单地源于这两个系统的两个特点: 平衡和粒子间几乎没有相互作用。因此, 等概率原理是有效的, 并且概率分布函数很简单。

但是, 当我们回到固体损伤演化的细观层次的过程时, 我们却没有那么幸运 (图 3)。由于非平衡和强相互作用, 这些层次上的问题通常非常肮脏。我们必须理解在非平衡演化的过程中, 低层次的物理本质如何传递到更高的层次, 与更高层次强耦合, 以及如何用公式表示对更高层次的这些影响。

3.2 统计平均的范式

现在, 让我们考察连接固体中的多个时间和空间尺度的统计范式中所包含的主要难点。

统计物理的基本原理是宏观量是相应的微观量的统计平均^[61]。然而, 当我们考察一个宏观变量, 如

密度, 我们应该考察一个宏观小但是微观大的体积。

如果这个体积取得过大, 那么它就不能表征宏观的非均匀性; 如果这个体积取得过小, 它就会带来很强的统计涨落。而且, 宏观量的测量应该是在一个宏观短微观长的时间内完成, 否则, 我们就不能考察这个宏观变量随时间的变化或者不能得到大量粒子有效的平均信息。因此, 只有当这些假设都有效时, 宏观变量才是给定宏观条件下所有可能微观状态的统计平均^[61,63]。还是以气体为例, 即使在一个仅 1mm^3 的空间里仍然有 2×10^{16} 个分子, 并且在 0°C 、1 个标准大气压的条件下, 每秒钟每个分子与其它气体分子要撞击 10^{10} 次。这就保证了代表体积可以用带有小涨落的统计平均量来表征。

正如 Kadanoff 所说, 由于统计力学源于平衡态, 它就避开了一些有趣的问题^[64]。“我们需要等多久才能获得平衡态? 为什么我们说所有的系统都达到同样的平衡而与其动力学无关? 这种无关性真的是真实的吗? 关于弛豫到平衡, 我们究竟知道多少? 平衡的模式有多普遍? 为了解决这些问题我们必须有动力学的观点”。

统计力学中所有这些基本观点在固体中变得重要得多。例如, 如果一个 1mm^3 的体元内的晶粒尺度约 $1 \mu\text{m}$, 那么大约有 10^9 个晶粒。而且, 固体中的原子振动频率, 如 Debye 频率, 大约是 $(10^{12} \sim 10^{13}) \text{Hz}$, 但是, 微损伤长大的特征时间是 10^{-6}s 。因此, 如何基于统计力学发展合适的方法来决定代表体元的体积是非常重要的^[66]。困难在于, 代表体元应该是在细观上大到具有统计代表性, 但是又应该宏观上小到可以成为宏观场内的一个构成单元。在“纯”变形问题中, 也就是说, 只包含晶体的原子事件, 在通常时间尺度上 (如: s), 大小约为 1mm^3 的代表体元可以满足这些假设。因此, 这些问题可以通过将连续力学方程和本构方程耦合来解决。在这些情况下, 本构关系, 尽管来源于原子过程, 是一个独立的方程。然而对于失效等“崩溃”现象, 相关尺度可能变得非常大并且应力涨落非常严重。而且, 宏观加载时间可能变得和细观本征时间 (如微损伤扩展时间) 相当。从各种数值模拟可以发现, 在这些发生微结构演化诱致灾变的系统内, 系统的行为被它的细观构型和应力涨落控制, 而不仅仅是它们的宏观平均值, 因此表现出样本个性^[67,68]。Aidun 等^[66] 建议可以用相关长度来定义代表体元的线性尺度, 因为它表示了小尺度和大尺度间的交叉, 在小尺度上, 系统的不同区域表现不同, 而在大尺度上, 系统各区域的表现则可比。而且, 对于微损伤演化的非平衡过程, 等概率原理是否成立尚不清楚。因此, 迄今为止, 如何基于这些想法建立一个通用的跨尺度公式还是未知的。

3.3 关于跨尺度耦合的一些想法

仔细考察已有的多尺度问题的方法,可以发现它们通常都基于两个基本假设.一个是各尺度上的自相似性,另一个是所谓的绝热近似,也就是说,小尺度对大尺度的影响可以通过小尺度上的平均来表示.这些方法在考察刚度等性质时是非常有帮助的,但是可能不适用于损伤演化导致失效的问题.

最近, He 和 Wang 等^[69,70]进一步澄清了这个问题.他们说,多尺度现象的本质是源于不同时空尺度上的物理多样性和耦合.上世纪发展了两种处理多尺度问题的动力学方法.对于在不同尺度上具有物理相似性的问题,寻找相似解是一个有效的方法.另一方面,对于尺度间弱耦合的问题,小参数摄动方法是很有帮助的.然而,我们现在所面临的多尺度问题,却与那些问题不同,相似解和摄动法都不再适用.

对于包含多个尺度的演化诱致灾变问题,有两个基本的困难.一个是不同尺度上有不同的物理,因此,自相似法不再适用.另一个是灾变都具有样本个性,也就是说,大尺度上的灾变行为对小尺度上微结构的某些细节非常敏感,这样,绝热近似也就不能适用了^[67].

并且,固体在外载作用下的损伤和失效通常是一个远离平衡的过程.因此,平衡理论不能恰当地描述这个现象.在非平衡过程中,宏观和原子之间没有简单的、直接的联系关系.一个值得注意的特点是细观尺度上的结构和过程非常丰富,比如晶粒、微孔洞、微裂纹等;并且它们的集体效应在这个现象中起着重要的作用.

另外,存在着具有不同时间尺度的不同的细观动力学.因此,不仅长度尺度,而且时间尺度也在损伤和失效过程中起着重要的作用^[71].

那么,在耦合多尺度问题的范例中,什么是最关键的呢? Barenblatt^[72]建设性地提出,要确定材料微结构的变化对宏观行为的控制性影响,应该将宏观力学方程与微结构转变的动理学方程组成统一的方程组,耦合求解.而且,他注意到了 Deborah 数的重要性.

$$De = \frac{\tau_{\text{(绝热时间尺度)}}}{\tau_{\text{(外载作用时间尺度)}}} \quad (4)$$

Deborah 数意味着问题中细观过程的特征松弛时间与相应的宏观加载时间的比值.这个想法对于跨尺度模型可能特别重要,因为正如 Deborah 数所表示的,可能细观与宏观尺度的长度比 $R = l/L$ 非常小,但是两个尺度上的率过程能够以它们相应的时间尺度相互竞争. Barenblatt 所提出的这些思想对

于包含多个耦合尺度的问题非常重要.当然,不同的率过程可能还有一些其它的竞争机制.但是,无论如何,这些想法提醒我们跨尺度耦合机理的重要性.

因此,在这个思路下,一些独特的统计方法应该首先被研究.本综述主要讨论连接多个时间和空间尺度的统计细观力学.

4 固体细观力学的几种框架

正如在上一节中所讨论的,固体在微观和细观尺度上的微结构是不同而且复杂的.与气体动力学理论和固体的线性振子理论不同,由于研究问题和研究者视野的差异,固体细观统计理论的实体和表征可能不同.于是,从上世纪起,许多不同的框架被提出.我们将简要评述以下一些典型的框架,但是重点将放在与“崩溃”性质而不是输运性质相关的模型上.

4.1 位错理论

可能,位错理论是最早并且影响深远的理论框架.为了回答为什么使晶格破坏比使晶格塑性变形需要更大的力, Orowan^[73], Taylor^[74], 和 Poliani^[75]在 1934 年独立提出了位错理论.他们的回答是塑性变形是由于大量位错运动的结果.很显然,位错理论与固体的“崩溃”性质并不直接相关,但是对于连接多个尺度却很有启发.

尽管细观尺寸对宏观行为的耦合效果的控制机制随着问题的不同而不同,细观单元对宏观行为的一个很直观的影响方式就是通过细观单元的求和.宏观的塑性变形来源于微观的位错运动,而位错运动可以用微观长度尺度,也就是位错的 Burgers 矢量 b 来表征,这是一个非常深刻的例子.按照 Orowan^[73]所指出,连续剪切应变率 $\dot{\gamma}$ 与可动位错的密度 ρ_d , 位错速度 v_d , 以及 Burgers 矢量 b 成正比

$$\dot{\gamma} \approx b \rho_d v_d \quad (5)$$

在以上表达中,剪切应变率 $\dot{\gamma}$ 是一个宏观变量,然而, Burgers 矢量 b 和位错速度 v_d 都是微观变量.微观特征长度,也就是 Burgers 矢量 b , 与宏观剪切应变率 $\dot{\gamma}$ 通过宏观单元内位错的总数,或者说,位错密度 ρ_d 关联起来.类似地, Taylor 的位错强化关系给出了宏观剪切流动应力与微观位错之间的关系

$$\tau \propto \mu b \sqrt{\rho_T} \quad (6)$$

其中, τ 是剪切流动应力, μ 是剪切模量, ρ_T 是总的位错密度.因此,尽管微观单元对宏观行为的影响非常简单,甚至相当平凡,但这些概念在各种应用下都是很有帮助的.

后来, Kroener 建立了连续位错理论来描述单晶和多晶体内的宏观力学状态. 这是一种非常通用的场理论, 可以理解塑性、残余应力和晶格弯曲等现象^[76,77]. 最近, 按照 Taylor 的关系和 Kroener 的工作, Nix 和 Gao^[78] 提出了一个基于机理的应变梯度 (mechanism-based strain gradient, MSG) 塑性理论. 另外, Dai 等^[79] 将 Taylor 的关系用到了金属基复合材料内颗粒强化效应的分析.

这个方向上的另一种新的方法是最近由 Caltech 的小组和他们的合作者发展的, 他们通过多体力场的计算来连接晶体材料内的原子结构和宏观行为^[24]. 他们认为这个方法是一种“划分和征服”的范例. 它包括 3 步: 第 1 步是模拟微观尺度上的控制元过程; 第 2 步是将这个元过程的动力学和协同作用定量化; 最后是宏观的驱动力和宏观响应的关联. 很明显, 这种方法的基础是找到恰当的元过程. 他们用这种模型研究了塑性变形的众多方面, 他们的焦点放在与位错可动性, 相互作用和演化, 比如扭折, 位错, 位错增殖, 以及愈合等过程. 通过使用这种框架, 他们成功地计算了高纯 Ta 单晶的力学响应^[24].

对于原子尺度的位错, 我们可以采取量子力学. 然而, 对于缠结的位错和细观缺陷以及损伤, 现在理论中的描述还不完全. 通过在不同层次对数据平均, 大规模计算机模拟可以对固体材料行为提供洞察, 然而, 结论却各有不同^[80].

4.2 物理细观力学

由 Panin 等提出的物理细观力学是另一种统一的理论框架. 在他们的理论中采用了两个细观层次. 在第 1 层次, 基于位错的涡塑性流动由“剪切+旋转”的方案表征; 而在第 2 层次, 新的损伤, 比如成带的细观结构, 则与晶格取向无关^[33,81]. 于是, 在这个理论框架中, 固体被当成一个通过剪切和旋转实现变形的细观体元组成的系综. 而且, 连续力学方程和损伤的动力规范场理论被用来描述细观体元的运动. 他们用这个理论框架研究了循环弯曲下的疲劳断裂的发展^[81].

实际上, 损伤的规范场理论可以追溯到 Golebiewska-Lasota^[82] 和 Golebiewska-Lasota 和 Edelen^[83]. 在比较了电磁场和损伤场之后, Golebiewska-Lasota 将规范场理论用于有位错或者缺陷的连续体. 接下来, 没有采用电动力学的类比方法, 而是从规范转换的角度, Golebiewska-Lasota 和 Edelen 考察了位错和层错, 特别是其中潜在的规范转变的结构, 并且用标度不变量进行了表征. 一般来说, 规范场理论的对象是一个带有一定对称性的拉格朗

日系统. 没有缺陷的连续体有一定的对称性, 但是缺陷的出现会打破对称性. 例如, 固体中位错或者层错的出现分别会改变其平移和转动的对称性^[84]. 因此, 损伤场是一种规范场, 它是由损伤导致了基本连续场 (如弹性场) 的对称性破缺.

在这种意义上, 这个理论框架是位错和缺陷理论的一个发展. 它完美的数学形式给人非常深刻的印象. 然而, 它的物理意义却远没有位错理论那么直接. 因此, 不同作者发展了各种各样的损伤规范场理论^[85]. 值得注意的是, 不像位错理论中的 Burgers 矢量 \mathbf{b} , 这个理论中不再有一个损伤的特征长度尺度. 这就限制了 this 理论在工程实践中的应用.

4.3 Weibull 理论

位错理论采用位错表象来分析塑性变形, 与位错理论不同, 在 Weibull 理论中, 采用细观单元的随机强度表象. 而且, 在这个公式中, 根本没有明显的或者物理的细观长度尺度, 比如位错理论中的 Burgers 矢量 \mathbf{b} . 根据文献^[86], 一个宏观样品包含了 N 个串联的细观单元, 这些细观单元独立破坏, 并且它们的强度 σ_c 遵守分布 $P(\sigma_c)$. 于是, 宏观体元的损伤概率为

$$F(\sigma) = 1 - [1 - P(\sigma)]^N \quad (7)$$

其中, σ 是施加在细观体元上的应力. 值得注意的是, 细观单元的总数 N , 实际上是宏观与细观尺度的比. 假设分布函数 $P(\sigma_c)$ 满足 Weibull 分布

$$P(\sigma_c) = 1 - \exp \left\{ - \left(\frac{\sigma_c}{\eta} \right)^\beta \right\} \quad (8)$$

其中, η 是特征强度, β 是形状因子 (也叫 Weibull 模数) 是两个跨尺度的参数. 因此, 宏观样品的失效概率为

$$F(\sigma) = 1 - \exp \left\{ - N \left(\frac{\sigma}{\eta} \right)^\beta \right\} \quad (9)$$

相应地, 失效概率 $F(\sigma)$ 的期望是宏观强度的平均值

$$\sigma_f = \int_0^\infty \sigma \frac{dF}{d\sigma} d\sigma = \eta N^{-1/\beta} \Gamma \left(1 + \frac{1}{\beta} \right) \quad (10)$$

后来, Coleman^[87] 指出纤维确实符合 Weibull 分布. 然后, 可以推导出 Weibull 理论中有一个幂型的标度率 (方程 (10)). 正如前面所注意到的, N 反映的是宏观与细观尺度的比, 细观尺度假设为单位 1 并且没有任何特征物理值. 因此, 方程 (10) 表明 Weibull 理论确实不包括任何的特征尺度并且与任何材料的细观长度尺度无关^[3].

Weibull 理论的概念已经被广泛地、成功地用到了纤维束, 纤维增强的复合材料等^[88~90]. 例如, Daniel^[88] 显示了当纤维数量趋于无穷时, 纤维束的强度满足正态分布. 与细观单元串联的样本不同, 当宏观样本包含 N 个并联的细观单元时, 例如并联松散束^[91], 损伤 D 可以表示成

$$D = \int_0^{\sigma_s} \frac{dP}{d\sigma_c} d\sigma_c = 1 - \exp \left\{ - \left(\frac{\sigma_s}{\eta} \right)^\beta \right\} \quad (11)$$

其中 σ_s 是作用在细观单元上的真应力. 因此, 宏观样本能承受的最大名义应力, 也就是宏观强度 σ_f , 可以表示成

$$\sigma_f = \sigma_{\max} = \eta(\epsilon\beta)^{-1/\beta} \quad (12)$$

虽然宏观强度依赖于两个跨尺度参数 β 和 η , 方程 (12) 也说明宏观强度 σ_f 与细观单元尺度及尺度比 N 无关.

显然, 如 Bazant 和 Chen 所评论的^[3], 不论对于细观单元串联或并联, Weibull 统计理论没有特征长度尺度. 因此, 基本上, 它不适用于带有微损伤、微裂纹或微孔洞的材料和结构, 如果这些细观结构并不随样本的宏观尺寸而变化.

4.4 随机理论

真实介质通常是高度非均匀的. 然而, 在传统的连续力学中, 非均匀性的集体效应都通过平均化的方法包含到了宏观本构关系中. 至多, 引入一些内变量及其宏观、经验的演化方程作为本构关系的补充. 显然, 这不足以抓住非均匀介质的宏观行为的复杂性. 在这些情况下, 需要一个全面的理论模型来描述适当时间和空间尺度上微结构的形成和演化, 并建立它们与相应的宏观性质的连接.

Glimm 和 Sharp 以及他们的合作者^[6] 认为, 微观和细观层次上的过程是随机的, 因此只有某些微观物理的平均可以在宏观上观察得到. 因此, 他们提出了一个适用于多尺度问题的通用的非线性理论框架

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \nabla F(U) = 0 \quad (13)$$

其中, U 是连续的但是随机的变量. 在引入系综平均后, 我们可以将多尺度计算与试验观察进行比较.

为了理解损伤累积, 特别是蠕变, Barenblatt^[72] 提出一个损伤场演化的随机描述. 他还假设细观损伤分布和相应的应力也是随机的. 一个损伤累积动力学的唯象的公式可以假设成

$$\frac{\partial \hat{D}}{\partial t} = \frac{q_b(\hat{D}, \sigma_s, \theta)}{\tau_r} \quad (14)$$

其中, \hat{D} 是截面上的局部损伤, σ_s 是真应力, θ 是温度, τ_r 表示损伤累积的松弛时间, q_b 是 \hat{D} 的无量纲函数, σ_s, θ , 和 q_b 可以假设成 Arrhenius 型的动力学. 通过引入截面上的平均, 可以推出平均损伤 D

$$\frac{\partial D}{\partial t} = \frac{1}{\tau_r} \int_{-\infty}^{\infty} q_b(\hat{D}, \sigma_s(\xi), \theta) \rho_w(x - \xi) d\xi \quad (15)$$

其中, ρ_w 是一个对称的权函数, 它暗示了 ξ 处的单元对 x 处损伤的影响. 通过定义一个微结构长度尺度 λ

$$\lambda = \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} (x - \xi)^2 \rho_w(x - \xi) dx / 2 \right\}^{1/2} \quad (16)$$

并且只保留函数 q_b 的 Taylor 级数的前两项, Barenblatt 得到了以下非线性反应 - 扩散型的损伤演化方程^[72]

$$\frac{\partial D}{\partial t} = \frac{q_b}{\tau_r} + \frac{\partial}{\partial x} \times \left[\left(\frac{\lambda^2 \sigma_s}{\tau_r} \frac{\partial q_b}{\partial \sigma_s} \right) \cdot \frac{1}{(1 - D)} \cdot \frac{\partial D}{\partial x} \right] \quad (17)$$

这就导致了一个应力影响的损伤扩散过程. 通过这种方法, 扩散过程依赖于应力、损伤、松弛时间以及长度尺度 λ 的组合. 正如函数 q_b 和参数 τ_r 和 λ 所表示的, 这个方程由连续损伤及它的细观动力学组成.

位错表象和它的扩展清楚地连接了固体中的微观结构和宏观塑性变形, 但并不直接与固体破坏相关. 尽管 Weibull 理论考虑了固体的强度问题并且提供了一定的尺度效应, 它并没有将一个真正的微观和细观特征长度连接到宏观尺度的失效. 至于随机理论, 如同 Barenblatt 所建议的, 采用连续损伤表象, 并且引入了一个细观长度尺度, 但是这个长度尺度需要材料中的一个现实的物理解释. 因此, 从力学的角度看, 可能我们最好回到细观尺度上的微损伤表象, 并且建立更现实的公式.

如同我们在这篇综述一开始就陈述的, 统计细观力学的主要关注是固体内具有特征微观、细观长度的微结构所导致的“崩溃”行为. 在第 5 节中, 我们将回到微损伤数密度表象以及基于微损伤数密度的连续损伤.

5 统计微损伤力学: 微损伤数密度以及基于此的宏观损伤

如果固体中只有一条裂纹, 那么断裂力学可以成功地表征它的失效行为. 然而, 对于大多数不均匀材

料, 比如合金、陶瓷、复合材料、岩石等, 经常存在分布的微裂纹或者微损伤, 而不是一条宏观裂纹. 因此, 我们需要新的理论模型, 而不是断裂力学.

对于一个含有初始不均匀性, 或者缺陷等的固体, 在外载作用下会出现什么变化, 然后又怎样破坏呢? 显然, 这个问题是统计微损伤力学的目标, 并且是工程的焦点之一.

5.1 微损伤数密度

微损伤, 比如微裂纹或者微孔洞, 通常是指尺寸与晶粒尺寸可比的小裂纹或者孔洞^[92,93]. 粗略地说, 微损伤通常在细观非均匀处形成, 例如, 在合金内的颗粒处. 于是, 在晶粒尺寸为几个 μm 的多晶金属内, 在晶界或晶粒内的尺度为 μm 的孔洞或裂纹的出现就可以当成微损伤成核. 金属截面上这种微损伤的数密度大约为 $10^2 \sim 10^4/\text{mm}^2$.

而且, 一些微损伤可以通过扩展和连接导致最终的失效. 于是, 损伤演化的主要问题就是微损伤的 3 个特有的过程: 成核、扩展和连接; 并且每个过程有着自己独特的细观动力学. 这意味着对损伤演化的从细观到宏观尺度的理解是非常需要的^[46,71,72,93].

Curran 等^[93] 和 Cock 及 Ashby^[94] 对这些细观动力学给了一个全面的讨论. 通常, 这些细观动力学存在一些共同特征. 第 1, 细观动力学全都依赖于局部应力和温度. 第 2, 成核常常会遵循一定的尺寸分布, 如指数函数或者 Weibull 分布^[95]. 第 3, 扩展速率既依赖于微损伤的现时尺寸, 也依赖于微损伤的成核尺寸. 对于微损伤的连接, 迄今还没有非常清晰的预测模型. 最重要的是, 如何实现微损伤数密度的演化与细观动力学之间的关联是一个非常重要的问题.

事实上, 早在 20 世纪 60 年代, 研究者提出了一种通过微损伤数密度对微损伤进行统计描述的方法, 尽管这个概念并不与连续力学紧密相关^[96]. 基于对微裂纹的数量、尺寸和取向的实际测量, Curran 等^[93] 提出了一个全面的描述, 并将此称为活动缺陷的浓度 n_f

$$n_f = n_f(X, t, C, m) \quad (18)$$

其中, t 是时间, X 是宏观拉格朗日坐标, 表明了我们感兴趣的材料单元的中心, C 和 m 分别是微裂纹的尺寸和取向. 显然, 通过同时引入宏观拉格朗日坐标 X 和微裂纹的细观参数 C, m 和 n_f , 他们试图在宏观损伤演化方程中以变量的形式引入微裂纹的状态. 特别是, 他们对层裂样品中微裂纹的数目进行了详尽的测量, 并且将细观动力学, 比如成核和扩展速率, 引入了连续力学的计算程序中. 然而, 在他们的理论框架中, 由于缺乏微损伤数密度演化的控制

方程, 在他们的程序中必须采用一个预先的假设和一个不变的指数分布

$$N(X, t, C) = \int_C^\infty \int_m n_f(X, t, c', m) dm dc' = N_t(X, t) \exp[-C/C_0(X, t)] \quad (19)$$

其中, N_t 是单位体积内微裂纹或微孔洞的总数, C_0 是指数分布的特征尺寸. 在这个假设下, 他们导出了所有微损伤的扩展率应该与他们的尺度 C 成比例. 然而, 这与试验观察和解析分析的结果符合得不好. 所以, 似乎需要重新建立控制微裂纹或者微孔洞演化的方程.

5.2 微损伤数密度的演化

与这些相并列, 一些鼓舞人心的关于微损伤演化的方法被提出^[97~99], 其中既包括了微损伤的本征的细观率过程, 又包含了损伤演化的统计特征.

Xing^[97] 建议用非平衡统计物理的基本方程来描述微裂纹分布函数的演化

$$\frac{\partial n(\varepsilon^p, C)}{\partial \varepsilon^p} = q_x(\varepsilon^p) \delta(C - C_0) - \frac{\partial}{\partial C} [C'(\varepsilon^p, C) n(\varepsilon^p, C)] \quad (20)$$

其中, ε^p 是塑性应变, ndC 表示 t 时刻单位体积内尺度在 C 到 $C+dC$ 之间的微裂纹数, q_x 和 $C' = (dC/d\varepsilon^p)$ 分别是微裂纹的成核和扩展速率, δ 是 Dirac 函数, C_0 是成核尺寸. 作为一个说明性的例子, 他假设 $C_0 = 0$ 和 $C' \propto 1/\varepsilon^p$, 算出了损伤的演化过程.

为了系统地用公式表示微损伤数密度的演化, Bai 等^[98] 和 Xia 等^[99] 研究了微损伤的相空间内的单元 $d\Omega = (p_i, p_i + dp_i)$ ($i = 1, 2, \dots$), 其中, p_i 是所有描述微损伤状态的变量, 如尺寸、取向等. 他们还研究了, 由于微损伤成核以及流入流出单元而引起的单元内微损伤数密度的平衡, 这个平衡导致了一个微损伤数密度的通用的演化方程

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \sum_{i=1}^l \frac{\partial (n \cdot P_i)}{\partial p_i} = n_N \quad (21)$$

其中, t 是广义时间, 比如真实的时间, 名义变形, 循环周次等; n_N 是微损伤数密度的成核率; $P_i = \dot{p}_i$, 其中 “ \cdot ” 表示变量 p_i 的变化率.

基于对微损伤细观动力学的实验测量, 特别是对层裂过程^[93,100,101] 中细观动力学的观察发现, 两个最重要的细观率过程 (微损伤的成核率 n_N 和扩展

率 V) 由微损伤的成核尺寸 C_0 , 现时尺寸 C , 以及宏观局部平均应力 σ 决定

$$n_N = n_N(C_0; \sigma) \quad (22)$$

$$V = \dot{C} = V(C, C_0; \sigma) \quad (23)$$

通过采用上述两个微损伤动力学方程, Ke 等^[102], Han 等^[101], 及 Han 和 Bai^[103] 得到了恒定局部应力作用下, 相空间 $\{C, C_0\}$ 中, 微损伤数密度 n_0 演化方程的基本解

$$n_0(t, C, C_0; \sigma) = \begin{cases} \frac{n_N(C_0; \sigma)}{V(C, C_0; \sigma)}, & C \leq C_{f,0} \\ 0, & C \geq C_{f,0} \end{cases} \quad (24)$$

其中, $C_{f,0}(t; \sigma) = C_f(t, C_0 = 0; \sigma)$, C_f 是成核尺寸为 C_0 的微损伤的运动前沿, C_f 由 $t = \int_{C_0}^{C_f} \frac{dC}{V(C, C_0; \sigma)}$ 决定 (图 4)^[101,102]. 在相空间 $\{C\}$ 中, 微损伤的数密度 n 为

$$n(t, C; \sigma) = \int_0^C n_0(t, C, C_0; \sigma) dC_0 \quad (25)$$

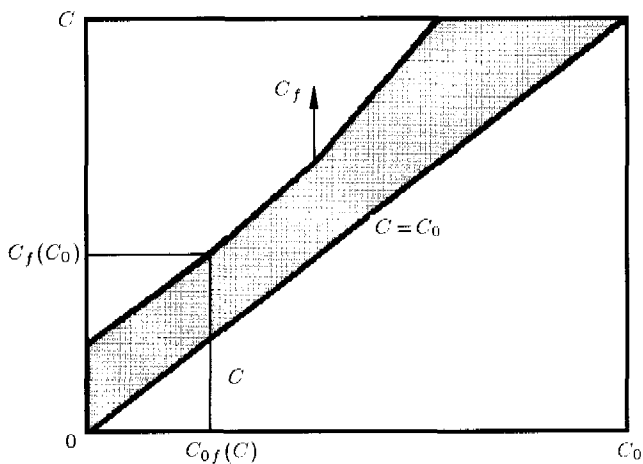


图 4 微损伤数密度的解区域. 阴影部分是非零的微损伤数密度的区域, $C = C_f(C_0, t)$ 或 $C_0 = C_{0f}(C, t)$ 表示的是运动的损伤前沿

损伤数密度的非定态解揭示了损伤演化的两个基本特征: 小尺度的损伤会饱和, 而大尺度的微损伤前沿将向更大的尺寸发展. Xia 等讨论了随机扩展对微损伤演化的影响. 他们发现随机和确定性模型中的微损伤演化的主要特征相同, 主要的不同在二者的饱和边界附近^[104].

Li 和 Huang^[105] 及 Li 等^[106] 成功地将上述微损伤演化方程用于研究韧性金属中的孔洞和玻璃态聚合物内的银纹. 用微损伤的数密度演化方程,

Hong^[107] 揭示了金属中的疲劳短裂纹的演化的多峰, 并且这些结果与试验观察很吻合.

现在, 为了理解损伤演化, 看起来耦合了损伤数密度演化和宏观单元内的微观动力学的损伤演化数密度方程, 似乎提供了一个有用的跳板.

为了将宏观力学方程和微损伤数密度的动力学方程构建成一个统一方程组, 我们需要定义位于宏观坐标 x 处的宏观体元内的微损伤数密度. 于是, 可以建立微损伤演化和连续力学的联立方程组^[99]

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial(nA)}{\partial C} + \nabla \cdot (nv) = n_N \quad (26)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \cdot \nabla \rho + \rho \nabla \cdot v = 0 \quad (27)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \nabla v = \rho^{-1} \nabla \cdot \sigma \quad (28)$$

$$\frac{\partial e_i}{\partial t} + v \cdot \nabla e_i = \rho^{-1} \sigma : \nabla v - \rho^{-1} \nabla \cdot h + q \quad (29)$$

其中, ρ 是质量密度, e_i 是比内能, σ 是名义柯西应力张量, h 是热流量向量, q 是单位质量的产热率, A 是现时尺寸为 C 的微损伤的平均扩展速率.

值得注意的是与这种微损伤场演化的相似的几个公式, 已经被不同的研究者用于各种损伤相关的问题研究. 例如, Van Papenfuss 和 Muschik^[108~110] 考虑了各种长度和方向的微裂纹的取向密度并且形成了相应的平衡方程. 在给定微裂纹数目的假设下, 分析了一些用 Griffith 裂纹开始生长的准则和 Mott 裂纹扩展的例子, 并讨论了这些物理假设的影响.

在 Lemanska 等^[111] 所提出的方程中, 采用裂纹尖端的数目作为场变量, 其演化由一个输运方程来控制. 他们使用输运方程研究了一个装了炸药的孔穴 (a charged hole) 的周围的球形介质内裂尖数目, 并且发现了大量裂纹所导致的一些有趣的现象.

有趣的是, Kiselev 和 Kiselev^[112] 最近使用另一个很相似的公式, 研究了钨颗粒在一个金属靶内的超深侵彻问题. 观察到直径小于 $100 \mu\text{m}$, 速度高于 10^3 m/s 的硬颗粒会发生超深侵彻, 一小部分颗粒会侵彻到几百到几千颗粒直径的深度. 他们用所谓的连续-离散模型来处理这种反常现象. 在宏观坐标和颗粒速度组成的相空间里, 颗粒用一个无碰撞的颗粒分布函数动力学方程来描述. 动力学方程与靶板的连续方程相耦合. 通过这种模型, 侵彻深度以及靶板内颗粒分布的详情被算出, 并且与试验测量吻合很好.

5.3 基于微损伤数密度的连续损伤

正如人们会注意到的, 损伤演化中有 3 种耦合:

宏观层次损伤场与应力场的耦合, 细观层次的耦合, 以及连续场与细观微损伤动力学的跨尺度耦合. 于是, 一个恰当的宏观层次的, 但是又包含了适当的跨尺度耦合表征的封闭近似是其要点. 在一维拉格朗日形式下, 传统的连续、动量及能量方程为

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial T} = \frac{\partial v}{\partial X} \quad (30)$$

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial T} = \frac{\partial \sigma}{\partial X} \quad (31)$$

$$\rho_0 c_v \frac{\partial \theta}{\partial T} = \lambda_h \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial e_{diss}}{\partial T} \quad (32)$$

其中, ρ_0 是无损材料的密度, λ_h 是热传导率, θ 是温度, c_{diss} 是材料内的能量耗散.

如同前面所提到的, 我们应该将 3 种耦合关联到上面 3 个连续方程中. 连续损伤 D 与微损伤数密度 n 的关系为

$$D(t, \mathbf{x}) = \int_0^\infty n(t, \mathbf{x}, C) \cdot \tau \cdot dC \quad (33)$$

其中, τ 是尺寸为 C ^[99,113,114] 的单个微损伤的失效体积. 在文献 [108~110] 中也通过平均化的方法引入了微损伤数密度与连续损伤之间的关系.

于是, 通过在适当边界条件下的积分可以将微损伤数密度的统计演化方程 (26) 转化为连续损伤的场方程^[113]

$$\frac{\partial D}{\partial T} + D \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\partial v}{\partial Y} = f \quad (34)$$

其中

$$f = \int_0^\infty n_N(C; \sigma) \cdot \tau \cdot dC + \int_0^\infty n(t, \mathbf{x}, C) \cdot A(C, \sigma) \cdot \tau' \cdot dC \quad (35)$$

f 是损伤动力学函数 (DFD), 它表示细观尺度上微损伤成核和扩展对宏观损伤演化的影响; $\tau' = d\tau/dC$. 显然, 损伤动力学函数是连接细观动力学与宏观损伤的桥梁.

现在, 方程 (30) ~ 方程 (34) 组成了一个跨尺度耦合的框架. 在这个框架中, 损伤 D 不再是本构关系中的内变量, 而是一个与其它场变量耦合的场变量. 另一方面, 通过这个变量, 连续场与细观微损伤动力学相耦合. 于是, 这个联立方程组不同于传统的连续力学; 在连续力学中, 3 个连续场方程通过本构关系与所有的微观或者细观动力学解耦.

在小损伤和本构关系局部性的假设下, 我们可以将微损伤数密度方程的解 (24) 代入积分 (35) 中, 导出一个封闭的损伤动力学函数, 这个损伤动力学函数

直接用微损伤的成核率和扩展率表示, 而不包含微损伤数密度 n

$$f = \int_0^\infty n_N(C; \sigma) \tau(C) dC \times \left\{ 1 + \frac{\int_0^\infty n_N(C_0; \sigma) \int_{c_0}^{c_f} \tau'(C) dC dC_0}{\int_0^\infty n_N(C; \sigma) \tau(C) dC} \right\} \quad (36)$$

方程 (36) 说明 DFD 包含两个部分: 一个只由成核率控制的与时间无关的项, 一个由成核和扩展同时控制的与时间有关的项. 这为 Davison 和 Stevens 所提出的简单损伤和复合损伤^[44] 的概念提供了物理诠释.

正如 Barenblatt^[72] 所建议的, 这个跨尺度封闭近似的优势在于它将宏观力学方程与微损伤动力学形成了一个统一的组合并且可以联立求解. Wang 等^[115,116] 利用这个跨尺度方程组, 直接基于微损伤成核和扩展的动理学分析了层裂过程. 图 5 给出了不同 De^* 时的损伤构形以及损伤局部化区的出现. 而且, 利用这个方程组, 他们还分析了层裂过程的能量耗散, 解释了为什么层裂主要是一个依赖于速率的过程, 而且对宏观的能量耗散不敏感, 这正是试验和经验所显示的.

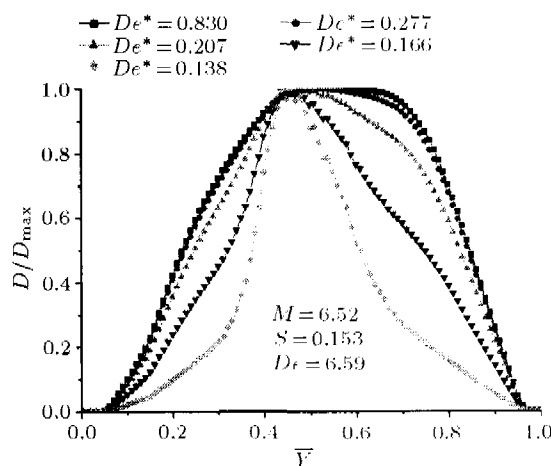


图 5 De^* 对损伤局部化的影响^[116]

假设损伤和应变都小得可以忽略, 并且损伤率和应变率在同一量级, 那么损伤场方程变成

$$\frac{\partial D}{\partial T} = \dot{D} \approx f \quad (37)$$

这就是连续损伤力学的内变量理论^[11]. 显然, 表达式 (36) 是连续损伤方程的演化规则.

因此, 这个跨尺度近似不仅提供了连续损伤力学的物理机理, 它还直接用微损伤动力学给出了损伤演化规则的表达.

6 跨尺度耦合蕴含的机理

细观层次上的动理学对宏观性能影响的机理随着具体问题而不同. 这是处理包含多个时空尺度问题时最棘手的方面. 如同 Bazant 和 Chen^[3] 所指出的, 固体力学中标度问题的主要兴趣在于名义强度对宏观结构尺寸 L 的依赖性. 在很多情况下, 正如第 2 部分所讨论的, 细观长度 l 通常远小于结构尺寸 L , 比如实验室样本的尺寸. 也就是说

$$R = \frac{l}{L} \ll 1 \quad (38)$$

于是, 这个很小的长度比如何与宏观尺度相耦合并影响宏观行为呢?

6.1 细观单元总数的效果

如第 3 节所讨论的, 细观单元影响宏观行为的一个直观的途径是通过细观单元的总数. 塑性变形来源于由 Burgers 矢量表征的位错运动是一个最突出的例子. 在由 Orowen 和 Taylor 提出的位错塑性理论中, 只有一个微观长度尺度 (Burgers 矢量 b), 而与宏观尺度 (如试件的尺寸) 无关.

事实上, 宏观应变率可以这样导出^[46]

$$\dot{\gamma} = \frac{u}{Lt} = \frac{N_d b}{Lt} = \frac{N_d b}{L^2} \cdot \frac{L}{t} = \rho_d b v_d \quad (39)$$

其中, N_d 是位错总数. b 代表 Burgers 矢量在应变方向的投影. 于是, Burgers 矢量 b , 这个小的微观长度的影响, 通过单位体积内的位错总数被放大, 进而影响宏观的应变率. 很明显, 这是跨尺度放大的一个很正则的途径.

一句话, 有两种不同的物理: 微观层次上的位错运动和宏观层次上的剪切变形. 将两种物理关联起来的机理就是位错总数.

6.2 宏观与细观时间尺度的竞争

一旦一个问题是率相关的, 也就是说, 问题中包含了多个时间尺度, 我们必须理解如何表征多个时间和空间尺度的跨尺度耦合效应.

由于控制跨尺度耦合的机理随着具体问题而不同, 对于不同的问题, 我们需要具体地论证多个尺度是如何耦合的, 以及相应耦合的组合量是如何连接不同时空尺度的. 为说明这点, 我们再回到层裂, 这个真正的多尺度、率相关过程^[116].

由于质量方程和动量方程不直接与层裂的跨尺度方程有关, 这里我们只列出无量纲化的能量方程和损伤演化方程

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial \bar{T}} = \bar{\sigma} \frac{\partial \bar{\varepsilon}^p}{\partial \bar{T}} + D^* \frac{\partial \bar{\Sigma}}{\partial \bar{T}} + \psi \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial \bar{Y}^2} \quad (40)$$

$$\frac{\partial \bar{D}}{\partial \bar{T}} + \mu \frac{\varepsilon^*}{1 + \varepsilon^* \bar{\varepsilon}} \bar{D} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{X}} = \frac{1}{De^*} \cdot \bar{f}(D^*, \bar{D}, \bar{\sigma}) \quad (41)$$

以上方程中, 所有带“-”的变量都是无量纲化和归一化的, 也就是说, 是 $O(1)$ 的变量.

方程 (42) 和方程 (43) 中的无量纲数是这样定义的

$$\text{内禀 Deborah 数: } D^* = \frac{n_N^* C^{*5}}{V^*} \quad (42)$$

$$\text{应力波 Deborah 数: } De^* = \frac{a C^*}{LV^*} \quad \text{或} \quad De = \frac{a}{Ln_N^* C^{*4}} \quad (43)$$

在方程 (40)~ 方程 (43) 中, a 是弹性波速, ε^* 是应力阈值 σ^* 对应的应变 ($\varepsilon^* = \sigma^*/E$), $E = \rho_0 a^2$ 是材料的弹性模量, $\Sigma = \alpha_\Sigma \int_0^\infty n C^2 dC = \frac{n_N^* C^{*4}}{V^*} O(1) = D^* O(1)$ 是相应的损伤表面积.

与我们通常的认识相反, 细观与宏观层次的长度尺度比 $R = C^*/L$ 并没有出现在以上控制方程中. 这乍看起来很反常. 实际上, 应力波 Deborah 数 De^* 是长度尺度比 C^*/L 和速度比 V^*/a 的组合. 因为弹性波速 a 和试样的尺寸 L 是宏观尺度的量, 而微损伤尺寸 C^* 和微损伤扩展速度 V^* 是细观尺度的量, 所以, De^* 是一个很独特的跨尺度无量纲参数, 与其它所有的无量纲数都不同. 另一方面, $De^* = t_V/t_{im}$ 表示微损伤扩展的特征时间 $t_V = C^*/V^*$, 与宏观载荷作用时间 $t_{im} = L/a$ 的比值. 因此, 它表示了宏观应力波加载与内禀的微损伤扩展之间的竞争与耦合关系. 在我们所考察的算例中, $De^* < 1$, 这说明相比于宏观应力波加载, 微损伤有足够的时间扩展. 因此, 微损伤扩展是控制层裂的主要机制.

内禀 Deborah 数 D^* 表示了微损伤成核和扩展这两个细观动理学之间的关系. 然而, 关于内禀 Deborah 数, 有 4 点需要强调. 首先, D^* 表征了微损伤成核和扩展这两个内禀的细观动理学过程的速率的比. 实际上, $D^* = t_V/t_N$, 其中, 微损伤成核和扩展的特征时间分别为 $t_N = (n_N^* C^{*4})^{-1}$ 和 $t_V = C^*/V^*$. 第 2, 内禀 Deborah 数反映了一个特征损伤量, 由于

$$D(t, \mathbf{x}) = \int_0^\infty n(t, \mathbf{x}, C) \cdot \tau \cdot dC = \frac{n_N^* C^{*5}}{V^*} \int_0^\infty \bar{n}_N d\bar{C}_0 \int_{\bar{C}_0}^{\bar{C}_f} \frac{\bar{C}^3}{V} d\bar{C} \quad (44)$$

在这种意义下, 微损伤尺度 C^* 和成核率 n_N^* 在宏观损伤中的意义就与位错塑性理论中 Burgers 矢量 b 和位错密度 ρ_d 的意义相类似. 第 3, 可以

推导出, D^* 与发生宏观损伤局部化的临界损伤相当^[114,117]. 实际上, 在数值模拟中发现, 层裂中局部化的临界损伤大约为 $(10^{-2} \sim 10^{-3})$, 也就是说与 D^* 相当. 最后, 小的 D^* 意味着与塑性功相比, 损伤引起的能量耗散是可以忽略的. 这就解释了为什么层裂过程不能由宏观的能量准则刻画, 而必须采用多尺度的分析方法^[115,116].

归纳起来, 在层裂这个问题中, 包含了两个层次上的 3 个物理过程, 这 3 个物理过程具有 3 个不同的时间尺度: 宏观应力作用的时间尺度 $t_{im} = L/a \sim 10^{-6}s$, 细观微损伤成核的时间尺度 $t_N = (n_N^* C^{*4})^{-1} \sim 10^{-3}s$, 细观微损伤扩展的时间尺度 $t_V = C^*/V^* \sim 10^{-6}s$. 这 3 个时间尺度可以形成两个独立的, 控制跨尺度耦合的 Deborah 数. 这说明, 这 3 个速率之间的竞争关系是潜在的机制. 并且, 这个率竞争和耦合的机制可以解释, 为什么频率为 $(10^{12} \sim 10^{13})$ Hz 的原子尺度的短过程没有微损伤的演化过程重要, 而且这个短过程可以用它们在细观层次上的平均效应以细观动力学形式在宏观损伤累积过程中来表示.

6.3 宏观与细观扩散的平衡

与 Deborah 数控制层裂过程不同, 前面所引用的 Barenblatt 所提出的损伤累积方程 (17), 损伤的有效宏观扩散为^[45]

$$\kappa_L \sim \frac{L^2}{\tau_{im}} : \left[\frac{\lambda^2 \sigma_s}{\tau_r (1-D)} \frac{\partial q_b}{\partial \sigma_s} \right] \quad (45)$$

其中, τ_{im} 是宏观特征时间尺度. 于是, 这个方程中控制跨尺度耦合的无量纲参数是

$$\frac{\lambda^2/\tau_r}{L^2/\tau_{im}} : \frac{\kappa}{\kappa_L} \quad (46)$$

这暗示了宏观与细观的扩散应该在同一个量级, 或者外载的特征时间尺度 τ_{im} 是微损伤细观松弛的特征时间 τ_r 的 $(L/\lambda)^2$ 倍. 这可能是这个模型可用于蠕变的原因.

总之, 在宏观和细观层次上分别有不同的扩散过程. 尽管它们有不同的弛豫时间, 跨尺度耦合的潜在机理是它们扩散系数的平衡.

6.4 涌现的结构

在固体中还有一些包含耦合的多时空尺度的独特的问题, 其中具有特定长度尺度的新结构的涌现在跨尺度耦合中有重要的作用^[118]. 这些问题可能是困难但却是吸引人的. 例如, 有了化学反应和多种扩散过程 (比如质量扩散, 黏性或动量扩散, 能量扩散即热传导等), 多尺度、率相关过程变得复杂得多. 除了

几何和动力学的相似性, 还应该考虑化学相似性. 化学相似性是指在更小的系统中, 保持相同的质量传递和化学反应的特征量. 这个领域中, 一个最重要的无量纲特征量是 Thiele 模数 ϕ ^[119].

Thiele 模数描述的是表面反应与扩散之间的相对重要性

$$\phi = r_0 \sqrt{\frac{K C_{Ai}^{m_r-1}}{D_i}} \quad (47)$$

其中, r_0 是球形颗粒的半径, K 是反应率常数, C_{Ai} 是表面浓度, D_i 是扩散系数, m_r 是反应级数. 显然, Thiele 模数中有一个细观长度尺度, 也就是单个颗粒的半径 r_0 , 但没有宏观尺度 L . 然而, Thiele 模数暗示了一些涌现的长度尺度, 这个尺度原来是不存在的. 事实上, Thiele 模数的定义表示了细观颗粒尺寸 r_0 与化学反应所涌现的长度尺度 l_e 之间的竞争关系, l_e 由下式决定

$$l_e = \sqrt{\frac{D_i}{K C_{Ai}^{m_r-1}}} \quad (48)$$

新的细观结构的涌现决不是一个稀有的事件, 而是工程中常见的问题. 热塑剪切带的出现是固体力学中涌现长度尺度的另一个例子, 热塑剪切带的宽度为^[120]

$$l_e : \sqrt{\frac{\lambda_h \cdot \Delta \theta}{\tau \dot{\gamma}}} \quad (49)$$

其中 λ_h 是固体的热传导率, τ 和 $\dot{\gamma}$ 分别是剪应力和剪切应变率.

看起来, 具有涌现长度尺度的局部结构的出现可能是广义反应-扩散系统的一个共同特征, 并且, 新的涌现结构的尺度的平方看起来与扩散成正比, 但与反应或源项成反比^[121].

总而言之, 涌现结构与原有结构的平衡可以成为跨尺度耦合的一个潜在的机制.

最重要的是, 本节中评述的 4 个例子决不可能包括所有多时空尺度问题的跨尺度耦合的控制机理. 正如我们反复强调的, 多物理、多尺度耦合的潜在机理随着具体问题而不同. 因此, 探讨不同层次上不同物理之间的平衡与竞争关系确实是一个有挑战性和有趣的工作^[122].

7 演化诱致灾变和跨尺度敏感性

“多粒子系统的世界, 是统计理论的主要焦点, 它是如此多样、丰富以至于没有人只用纯思考或纯理论就可以猜出其中包含多少丰富的内容^[64]”. 固体中的演化诱致灾变就是那样的一个问题^[71].

上述统计微损伤力学的方程可以帮助我们处理损伤演化导致灾变的问题,但是它不能对灾变转变提供洞察.这意味着当系统快要失效时,系统中发生从细观尺度到宏观尺度的多尺度关联,我们需要一些关于微损伤之间非平衡强相互作用的新的概念.

事实上,固体的灾变失效来源于微损伤在远离平衡时从小尺度到大尺度的串级过程.对于这样一个复杂的过程,试验和 / 或数值都必须首先揭示主要的现象.实际上,任何关于统计现象的研究都必须强烈的基于试验知识.在探索的过程中,人们在未知的领地内观察,希望发现新的、意外的东西^[64].

7.1 样本个性

很明显,固体的灾变失效敏感地依赖于细观非均匀性的某些细节,并且损伤的动力学演化在灾变时起着重要的作用.最近的数值模拟^[27,67,68]表明初始时 $\sigma-\varepsilon$ 曲线是重合的,但是,随着变形的增加,曲线间的差异越来越大(对标度律的偏离越来越强),并且样本的失效行为的差异非常明显.这些结果揭示了随着损伤的增加,样本显示出由普遍标度律向样本个性行为的转变,也就是说,样本和样本之间的失效行为有明显的不同,尽管它们初始在宏观上是完全一样的.这就导致了演化诱致灾变的一个重要特征:样本个性(sample specificity, SS)^[71,123].

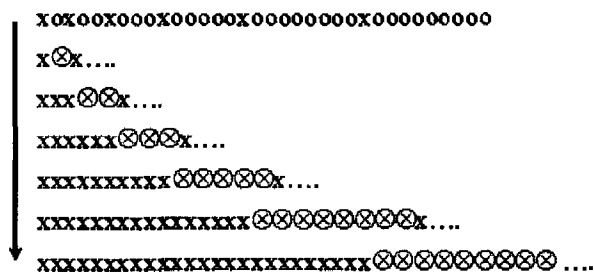
演化诱致灾变的样本个性在工程中非常普遍. Curtin^[25]及 Curtin 和 Scher^[26]对纤维复合材料的失效行为进行了格子模拟,他们的模拟结果显示了失效的复杂性.“分布的纤维失效以稳定的状态持续,直到破坏的纤维集团的尺度达到某临界尺寸,就触发了复合材料的灾变失效”.并且“由于纤维强度的统计表征需要对纤维拔出特征的三维计算,从破坏纤维到无损纤维的准确的应力转移函数,以及破坏纤维在空间任意分布所导致的应力分布,这使得至今还缺乏充分的预测能力.”

7.2 跨尺度敏感性

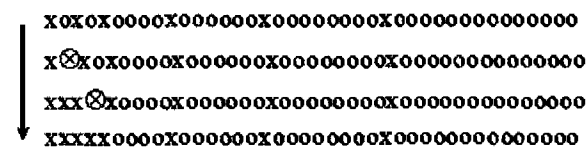
作为一个非线性动力学系统,其最终状态决定于它的初始状态,但是,由于动力学演化,样本之间初始时细观层次上微小的差异会被强烈地放大.因此,初始细观差异和非线性动力学演化都是灾变的样本个性的内在原因.这就是跨尺度敏感性^[71,123~125].样本个性和跨尺度敏感性的思想可以用初始时具有相同损伤分数、且损伤分布只存在非常微小差别,也就是说,Hamming 距离几乎为零(图 6)的两条链的简单演化来说明.实际上,这个简单的例子清楚地说明虽然初始时这两个样本具有相同的损伤分数(宏观层

次的平均)、几乎相同的损伤分布(细观层次的统计描述)、甚至相同的 Hamming 距离(当 N 趋于无穷时,对细观损伤分布的精确的静态描述),它们在微损伤演化导致灾变的串级过程中的行为仍然不同.这显示了灾变点处跨尺度敏感性的重要性.

Sahimi 和 Arbabi^[126]清楚地强调了这个现象的重要性.“在实际的工程材料和天然的岩石中,大量的不同尺寸、形状、取向的缺陷使问题更加复杂.在断裂过程中,无序性在很多方面发挥作用.断裂过程中,即使小的、初始出现的无序都可能被强烈地放大.这使得断裂成为一个无序性起基本作用的集体现象.实际上,当名义上相同的样本在同样的加载条件下测试时,无序脆性材料的断裂强度通常显示出大的统计涨落.由于这些统计涨落,在平均场方法中常用的,只用材料的平均性质来表征无序材料的断裂行为是不够的,实际上,是不恰当的.涨落是重要的,不可忽视的.”



(a) 对串级过程敏感的微结构(准 Fibonacci 序列(1, 2, 3, 5, 8, 13, 20, ...))的破裂过程



(b) 串级过程终止于一个稳态

图 6^[71]

7.3 失效结构的涌现

基本上,脆性介质的失效,比如岩石样本在弹性试验机下的失稳,可以用传统的能量准则来刻画^[127].灾变可以定义成外界控制变量的无限小增量可以引起系统的有限响应.特别是,当系统自身释放的能量和其耗散的能量代数大于外界的输入功时,灾变发生.然而,灾变可能在不同的尺度上发生.细观尺度的灾变通常可以归之于细观损伤,而宏观或整体尺度的灾变却相应于材料的失效.不幸的是,当介质不再均匀时,也就是说具有细观结构非均匀性时,能量准则变得不确定. Zhang 等用一个例子阐述了统计

微损伤力学的这个有趣的方面^[128].

对于细观强度满足 Weibull 分布的非均匀弹脆性介质, 在局部平均场近似下, 它的名义应力 σ_0 - 应变 ε 关系可以表示成

$$\sigma_0 = \varepsilon \exp(-\varepsilon^\beta) \quad (50)$$

当超过名义应力的最大值时, 样本内的细观单元在同样名义应力作用下, 应变可能增加, 也可能减小. 于是, 在这种情况下, 样本可以被分成两部分. 一部分, 损伤不再发展, 变形将会恢复, 相应地, 它们所贮存的弹性能将释放. 另一部分, 被释放到这部分能量所支持, 材料继续变形, 损伤继续发展. 假设所释放的弹性能超过了样本中持续损伤部分所需要的能量, 即使外部边界保持刚性的 (也就是说, 没有外界输入能量), 自持的失效也会发生. 这个临界条件可以用

$$\varepsilon_f \cdot \xi = \varepsilon_{\sigma \max} \quad (51)$$

表示, 其中, ε_f 是失效时的临界应变, $0 \leq \xi = [(L_0 - L_f)/L_0]^{1/\beta} \leq 1$ 是尺寸比, L_0 和 L_f 分别是样本的尺寸和失效区的尺寸.

从这个简单的分析看出, 失效时的临界应变依赖于尺寸比, 这个临界应变的值可能在最大应力时的应变到无穷之间变化. 实际上, 这是失效时的临界应变和尺寸比之间的一个不确定关系. 这种不确定性的原因在于我们不能详尽地、精确地知道样本的细观细节, 我们不知道样本的哪个部分会先破坏. 实际上, 除非知道所有细观信息, 比如, 细观非均匀性的空间分布及其所导致的样本内的应力涨落, 我们不能准确地预测失效.

7.4 临界敏感性 (critical sensitivity, CS)

“在“崩溃”过程中, 比如看似简单的脆性断裂, 也就是, 不包括局部塑性变形的断裂, 对一些偶发事件的极度敏感性使得问题非常困难并且很难用理论方法解决.”^[53]. 实际上, 由于演化诱致灾变的样本个性、跨尺度敏感性、以及失效结构的涌现, 我们不论采用宏观平均参数或者细观非均匀性的传统的统计量, 都几乎不能得到非均匀介质的确定性的失效预测. 那么, 我们能做些什么来预测这些固体的失效呢? 也许, 临界敏感性的概念可以为解决这些问题提供一些帮助^[71,125,128~130].

临界敏感性是指, 在非均匀脆性介质中, 当系统靠近灾变点时, 系统对外界控制变量 (如外界载荷) 的响应会变得非常敏感. 可能存在各种各样的响应

和敏感性的定义. 如, 敏感性可以定义成^[71,125]

$$S = \frac{\Delta E' / \Delta \sigma'}{\Delta E / \Delta \sigma} \quad (52)$$

其中, $\Delta \sigma$ 和 $\Delta \sigma'$ 是载荷 (外界控制参量) 的增量, 并且 $\Delta \sigma' > \Delta \sigma$, ΔE 和 $\Delta E'$ 分别是 $\Delta \sigma$ 和 $\Delta \sigma'$ 所导致的能量释放. 已经发现, 当样本接近它的灾变点时, S 显著增加 (图 7). 于是, 如果控制变量和能量释放率的增量都是可测的, 临界敏感性就可以为灾变预测提供线索. 这个概念已经被用在岩石试验和地震预报上, 并且看起来很有前途^[128].

最后, 我们必须指出, 以上评述的概念, 尽管可以帮助我们理解失效时的跨尺度耦合, 却决不是一个演化诱致灾变的完整框架. 我们依然需要更有效、实用的表述.

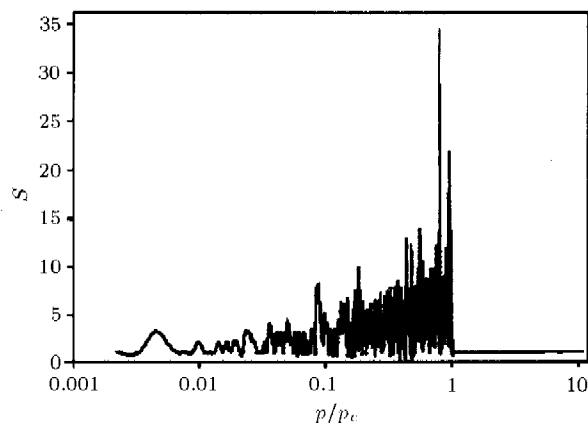


图 7 集团平均场 (cluster mean field, CMF) 模型中的临界敏感性 ($N = 10\,000, \beta = 2$)^[125]

8 最后的评论

从这篇综述, 我们可以做以下评论.

对包含多个耦合的时空尺度的现象的研究既是需要也是机遇. 这对于包含微结构的固体力学问题尤其如此. 特别地, 刚度反映了微结构的平均效应, 而强度却对微结构的细节非常敏感. 因此, 固体力学中多时空尺度耦合问题的主要关注应该放在那些与“崩溃”性质有关的主题上. 为了形成连接耦合的多个时间和空间尺度的跨尺度理论框架, 必须澄清细观动力学是如何与宏观力学方程平衡的.

固体力学中包含多个耦合的时空尺度的问题的基本难点在于固体微结构的层次性及其演化, 并且不同层次上微结构演化的物理和速率不同. 这些多尺度问题与那些相对均匀、不同尺度上具有物理相似性、不同尺度间弱耦合的问题不同. 因此, 全局平均、相似解、或者摄动方法都不再适用, 我们应该探

索新的统计方法。

固体具有各种复杂的细观层次微结构。不像气体动力学理论和固体的线性振子理论，固体统计细观力学的实体和表象可能因为具体问题而有很大差异。这篇论文评述了一些典型的框架。重点放在它们的表象，细观特征长度尺度，控制细观尺度参数到宏观行为传递的机理，以及它们的跨尺度方程上。

对于跨尺度损伤演化，通常存在几个空间和时间尺度。空间尺度有细观层次的微损伤尺寸，宏观层次的试样尺寸；然而时间尺度有细观层次微损伤成核和扩展的时间以及宏观层次的载荷作用时间。于是，将连续力学方程与微损伤演化方程联立的，包含了应力场与损伤演化的非线性耦合的统计细观力学是一个合适的方法。对于说明性的例子——层裂，Deborah 数，也就是说多个时间尺度的比，是控制跨尺度过程的关键因素。

损伤演化的串级过程会放大微结构对失效的影响并且引起跨尺度敏感性。这是失效的样本个性 (SS) 的本质。为了预测演化诱致灾变，临界敏感性的概念看来在实践中是有希望的。

固体中统计细观力学所面临的新挑战是处理多个时间和空间尺度上耦合的物理，理解工程中有重要意义的非平衡演化诱致灾变，建立相应的跨尺度耦合方程，以及澄清其中蕴含的跨尺度耦合的机理。

参 考 文 献

- 1 Tsien S H. Physical Mechanics. Beijing: Science Press, 1962 (in Chinese)
- 2 Marder M, Fineberg J. How things break. *Phys Today*, 1996, 49(9): 24~29
- 3 Bazant Z P, Chen E P. Scaling of structural failure. *Appl Mech Rev*, 1997, 50(10): 593~627
- 4 Becker K C, Byington C S, Forbes N A, Nickerson G W. Predicting and preventing machine failures. *Industrial Physicists*, 1998, 4(4): 20~23
- 5 Miller K J. A historical perspective of the important parameters of metal fatigue and problems for the next century. In: Wu X R, Wang Z G, eds. *Fatigue 99 Proc 7th Int Fatigue Congress*. Beijing: Higher Education Press, 1999. 15~40
- 6 Glimm J, Sharp D H. Multiscale science: a challenge for the twenty-first century. *SIAM News*, 1997, 30(8): 1~7
- 7 Eshelby J D. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems. *Proc Roy Soc*, 1957, A241(1226): 376~396
- 8 Mura T. *Micromechanics of Defects in Solids*. Martinus Nijhoff: Hague Publishers, 1982
- 9 Budiansky B. *Micromechanics*. In: Noor A K, Housner J M, eds. *Advances and Trends in Structural and Solid Mechanics*. Oxford: Pergamon Press, 1983. 3~12
- 10 Kachanov L M. *Introduction to Continuum Damage Mechanics*. The Netherlands: Martinus Nijhoff Dordrecht, 1986
- 11 Lemaitre J. *A Course on Damage Mechanics*. Heidelberg: Springer-Verlag, 1992

- 12 Chaboche J L. Continuum damage mechanics, I General concepts. *Trans ASME J Appl Mech*, 1988, 55(1): 59~64
- 13 Krajcinovic D. Selection of damage parameter: art or science? *Mech Mater*, 1998, 28(1-4): 165~179
- 14 Haritos G K, Hager J W, Amos A K, Salkind M J, et al. Mesomechanics: the microstructure-mechanics connection. *Int J Solids Struct*, 1988, 24(11): 1081~1096
- 15 E W, Engquist B. The heterogeneous multiscale methods. *Comm Math Sci*, 2003, 1(1): 87~132
- 16 Brandt A. Multiscale scientific computation: review 2001. In: Barth T J, Chan T F, Haimes R, eds. *Multiscale and Multiresolution Methods: Theory and Applications*. Heidelberg: Springer Verlag, 2001
- 17 Li J, Kwauk M. Exploring complex systems in chemical engineering — the multi-scale methodology. *Chem Eng Sci*, 2003, 58(3-6): 521~535
- 18 Chong L, Ray L B. Whole-istic biology. *Science*, 2002, 295(5560): 1661
- 19 Bulatov V, Cleri F, Colombo L, Lewis L, et al. MRS Proceedings on Advances in Materials Theory and Modeling — Bridging over Multiple-Length and Time Scales. v677, MRS Warrendale, Penn USA, 2001
- 20 Needleman A. Computational mechanics at the mesoscale. *Acta Mater*, 2000, 48(1): 105~124
- 21 Mishnaevsky L L, Schmauder S. Continuum mesomechanical finite element modeling in material development: A state of-the-art review. *Appl Mech Rev*, 2001, 54(1): 49~67
- 22 Cui J Z, Yang H Y. A dual coupled method of boundary value problems of PDE with coefficients of small period. *Int J Comput Math*, 1996, 14(2): 159~174
- 23 Cui J Z, Shin T M, Wang Y L. The two-scale analysis method for bodies with small periodic configurations. *Struct Eng Mech*, 1999, 17(6): 601~614
- 24 Cuitino A M, Stainier L, Wang G, Strachan A, et al. A multiscale approach for modeling crystalline solids. *J Comput Aid Mater Desi*, 2001, 8(2-3): 127~149
- 25 Curtin W A. Stochastic damage evolution and failure in fiber-reinforced composites. *Adv Appl Mech*, 1999, 36: 164~248
- 26 Curtin W A, Scher H. Time-dependent damage evolution and failure in materials I theory. *Phys Rev B*, 1997, 55(18): 12038~12050
- 27 Herrmann H J, Roux S. *Statistical Models for the Fracture of Disordered Media*. Amsterdam: North-Holland, 1990
- 28 Meakin P. Models for material failure and deformation. *Science*, 1991, 252(5003): 226~234
- 29 Liang N G, Liu H Q, Xu H Q. A multi-scale network model and parameter optimization of discontinuous fiber reinforced composites. In: Tokuda M, Xu B Y, eds. *Macro-Micro/Meso Mechanical Properties of Materials*. Mie Academic Press, 1997. 269~275
- 30 Hansen A, Hinrichsen E L, Roux S. Roughness of crack interfaces. *Phys Rev Lett*, 1991, 66(19): 2476~2479
- 31 Schmittbuhl J, Hansen A, Batrouni G G. Roughness of interfacial crack fronts: stress-weighted percolation in the damage zone. *Phys Rev Lett*, 2003, 90(4): 045505
- 32 Hansen A, Schmittbuhl J. Original of the universal roughness exponent of brittle fracture surfaces: stress-weighted percolation in the damage zone. *Phys Rev Lett*, 2003, 90(4): 045504
- 33 Panin V E. Foundation of physical mesomechanics. *Phys Mesomechanics*, 1998, 1(1): 5~20
- 34 SIAM Journal on Multiscale Modeling and Simulation.

- 35 Sih G C. In: Sih G C, ed. *Mesomechanics 2000 Role of Mechanics for Development of Science and Technology*. Beijing: Tsinghua University Press, 2000
- 36 Pyrz R, Schjødt-Thomsen J, Rauhe J C, Thomsen T, et al. In: Pyrz R, Schjødt-Thomsen J, Rauhe J C, Thomsen T, et al, eds. *New Challenges in Mesomechanics 2002*, Aalborg University, Denmark, 2002
- 37 Sih G C, Spyropoulos C P. In: Sih G C, Spyropoulos C P, eds. *International Symposium of Multiscaling in Mechanics*. Athens: National Technical University of Athens Press, 2002
- 38 Tuler F R, Butcher B M. A criterion for the time dependence of dynamic fracture. *Int J Fracture Mech*, 1968, 4(4): 431~437
- 39 Shen L T, Zhao S D, Bai Y L, Luo L M. Experimental study on the criteria and mechanism of spallation in an Al alloy. *Int J Impact Eng*, 1992, 12(1): 9~19
- 40 Zhu Z X. Private communication, 1985
- 41 Dremin A N, Molodets A M, Melkumov A I, Kolesnikov A V. On anomalous of steel spall strength and its relationship to martensitic transformation. In: Meyers M A, Murr L E, Staudhammer K P, eds. *Shock Wave and High Strain Rate Phenomena in Materials*. New York: Dekker, 1992. 751~757
- 42 Kanel G I, Rasorenov S V, Fortov V E. The dynamic strength of copper single crystals. In: Meyers M A, Murr L E, Staudhammer K P, eds. *Shock Wave and High Strain Rate Phenomena in Materials*. New York: Dekker, 1992. 775~782
- 43 Kanel G I, Rasorenov S V, Utkin A V. Spallation in solids under shock-wave loading: analysis of dynamic flow, methodology of measurements, and constitutive factors. In: Davison L, Grady D E, Shahinpoor M, eds. *High-Pressure Shock Compression of Solids II. Dynamic Fracture and Fragmentation*. New York: Springer-Verlag, 1995. 1~24
- 44 Davison L, Stevens A L. Continuum measures of spall damage. *J Appl Phys*, 1972, 43(3): 988~994
- 45 Davison L, Stevens A L. Thermomechanical constitution of spalling elastic bodies. *J Appl Phys*, 1973, 44(2): 668~674
- 46 Meyers M A. *Dynamic Behaviour of Materials*. New York: John Wiley & Sons Inc, 1994
- 47 Grady D E, Kipp M E. Dynamic fracture and fragmentation. In: Asay J R, Shahinpoor M, eds. *High-Pressure Shock Compression of Solids*, New York: Springer-Verlag, 1993. 265~332
- 48 Grady D E. The spall strength of condensed matter. *J Mech Phys Solids*, 1998, 36(3): 353~384
- 49 Clifton R J. Response of materials under dynamic loading. *Int J Solids Struct*, 200, 37(1-2): 105~113
- 50 Voyiadjis G Z, Palazotto A N, Gao X L. Modeling of metallic materials at high strain rates with continuum damage mechanics. *Appl Mech Rev*, 2002, 55(5): 481~493
- 51 Hayhurst D R, Dimmer P R, Morrison C J. Development of continuum damage in the creep rupture of notched bars. *Philos Trans Roy Soc*, 1984, A311(1516): 103~129
- 52 Field J E, Swallowe G M, Heavens S N. Ignition mechanisms of explosives during mechanical deformation. *Proc Roy Soc London*, 1982, A382(1782): 231~244
- 53 Hansen A, Hinrichsen E L, Roux S. Scale-invariant disorder in fracture and related breakdown phenomena. *Phys Rev B*, 1991, 43(1B): 665~678
- 54 Bochenek B, Pyrz R. Reconstruction methodology for planar and spatial random microstructure. In: Pyrz R, Schjødt-Thomsen J, Rauhe J C, Thomsen T, et al, eds. *New Challenges in Mesomechanics 2002*. Denmark: Det Obelske familiefond, 2002
- 55 Reichl L E. *A Modern Course in Statistical Physics*. Austin: University of Texas Press, 1980
- 56 McDowell D L. *Applications of continuum damage mechanics to fatigue and fracture*. STP 1315, 1997. 1~3
- 57 Horie Y, Davison L, Thadhani N N. *High-Pressure Shock Compression of Solids VI*. New York: Springer, 2002
- 58 Sih G C. Preface. In: Sih G C, Spyropoulos C P, eds. *Int Symp of Multiscaling in Mechanics*. Athens: National Technical University of Athens Press, 2002
- 59 Pantelides S T. What is materials physics, anyway? *Phys Today*, 1992, 45(9): 67~69
- 60 Zhao K H. *Qualitative and Quasi-Quantitative Physics*. Beijing: High Education Press, 1991 (in Chinese)
- 61 Wang Z X. *Introduction to Statistical Physics*. Beijing: High Education Press, 1965 (in Chinese)
- 62 Landau L D, Lifshitz E M. *Statistical Physics*. Translated by Peierls E, Peierls R F. London: Pergamon Press, 1958
- 63 Jiang D Q, Qian M, Qian M P. *Mathematical Theory of Non-equilibrium Steady State*. Berlin: Springer, 2004
- 64 Kadanoff L P. *Statistical Physics (Statics, Dynamics and Renormalization)*. Singapore: World Scientific, 2000
- 65 Grüneisen E. *Handbuch der Physik*. Berlin: Springer, 1926 (in German)
- 66 Aidun J B, Lo D C S, Trucano T G, Fye R M. Representative volume size: a comparison of statistical continuum mechanics and statistical physics. SAND99-1176, 1999
- 67 Xia M F, Song Z Q, Xu J B, Zhao K H, et al. Sample-specific behavior in failure models of disordered media. *Commun Theor Phys*, 1996, 25(1): 49~54
- 68 Arcangelis L D. Scaling behavior in fracture models. *Phys Scripta*, 2003, T29: 234~238
- 69 He G W, Xia M F, Ke F J, Bai Y L. Multiscale coupling: challenges and opportunities. *Progress in Natural Sciences*, 2004, 14(6): 463~466
- 70 Wang H Y, He G W, Xia M F, Ke F J, et al. Multi-scale coupling in complex mechanical systems. *Chem Eng Sci*, 2004, 59(8-9): 1677~1686
- 71 Bai Y L, Xia M F, Wei Y J, Ke F J. Non-equilibrium evolution of collective microdamage and its coupling with mesoscopic heterogeneities and stress fluctuations. In: Horie Y, Davison L, Thadhani N N, eds. *High-pressure Shock Compression of Solids VI*. New York: Springer, 2002. 255~278
- 72 Barenblatt G I. *Micromechanics of fracture*. In: Bodner S R, Singer J, Solan A, Hashin J, eds. *Theoretical and Applied Mechanics*. Amsterdam: Elsevier Science Publishers BV, 1992. 25~52
- 73 Orowen E. Zur kristallplastizität. *Z Phys*, 1934, 89: 605~659 (in German)
- 74 Taylor G. Mechanism of plastic deformation of crystals: Part I. theoretical. *Proc Roy Soc*, 1934, A145(855): 362~387
- 75 Polyani M. Über eine art gitterströrung, die einen kristall plastisch machen könnte. *Z Phys*, 1934, 89: 660~664 (in German)
- 76 Kroener E. Kontinuumstheorie der versetzungen und eigenspannungen. In: *Handbook of Physics*. Berlin: Springer, 1958
- 77 Kroener E. Dislocation and continuum mechanics. *Appl Mech Rev*, 1962, 15(8): 599~606
- 78 Nix W D, Gao H. Indentation size effects in crystalline materials: a law for strain gradient plasticity. *J Mech Phys Solids*, 1998, 46(3): 411~425

- 79 Dai L H, Ling Z, Bai Y L. A strain gradient-strengthening law for particle reinforced metal matrix composites. *Scripta Mater*, 1999, 41(3): 245~251
- 80 Sih G C. Micromechanics associated with thermal/mechanical interaction for polycrystals. In: Sih G C, ed. *Mesomechanics 2000*, Beijing: Tsinghua University Press, 2002. 1~18
- 81 Panin V E. Overview on mesomechanics of plastic deformation and fracture of solids. *Theor Appl Fract Mech*, 1998, 30(1): 1~11
- 82 Golebiewska-Lasota A A. Dislocation and gauge invariance. *Int J Eng Sci*, 1979, 17(3): 329~333
- 83 Golebiewska-Lasota A A, Edelen D G B. On the gauge transformations admitted by the equations of defect dynamics. *Int J Eng Sci*, 1979, 17(3): 335~339
- 84 Kadic A, Edelen D G B. A gauge theory of dislocation and disclinations. In: *Lecture Notes in Physics*. Heidelberg: Springer-Verlag, 1983
- 85 Duan Z P, Huang Y L, Wang W B. Gauge field theory of defects. *Adv Mech*, 1989, 19(2): 172~194 (in Chinese)
- 86 Weibull W. A statistical distribution function of wide applicability. *ASME Trans J Appl Mech*, 1951, 18(3): 293~297
- 87 Coleman B D. On the strength of classical fibers and fiber bundles. *J Mech Phys Solids*, 1958, 7(1): 60~70
- 88 Daniel H E. The statistical theory of the strength of bundles. *Proc Roy Soc*, 1945, A183(995): 405~435
- 89 Harlow D G, Phoenix S L. The chain-of-bundles probability model for the strength of fibrous materials I: analysis and conjectures. *J Compos Mater*, 1978, 12(2): 195~214
- 90 Du S Y, Wang B. *Mesomechanics of Composite Materials*, Beijing: Science Press, 1998 (in Chinese)
- 91 Krajcinovic D. *Damage Mechanics*. Amsterdam: Elsevier Science B. V, 1996
- 92 Xia M F, Zhang X H, Xu X H, Ke F J, et al. Catastrophe transition and critical sensitivity in brittle media with mesoscopic heterogeneity. In: Sih G C, Spyropoulos C P, eds. *Int Symp of Multiscaling in Mechanics*. Athens: National Technical University of Athens Press, 2002. 96~101
- 93 Curran D R, Seaman L, Shockey D A. Dynamic failure of solids. *Phys Rep*, 1987, 147(5-6): 253~388
- 94 Cock A C F, Ashby M F. On creep fracture by void growth. *Prog Mater Sci*, 1982, 27(3-4): 189~244
- 95 McClintock F A. Statistics of brittle fracture. In: Bradt R C, et al, eds. *Fracture Mechanics of Ceramics*. New York: Plenum Press, 1974. 93~114
- 96 Xing X S. Statistical theory of brittle fracture. *Acta Phys Sinica*, 1966, 22(4): 487~493 (in Chinese)
- 97 Xing X S. The microscopic mechanism and non-equilibrium statistical nature of brittle fracture. *Adv Mech*, 1986, 16(4): 495~510 (in Chinese)
- 98 Bai Y L, Ke F J, Xia M F. Formulation of statistical evolution of microcracks in solids. *Acta Mech Sinica*, 1991, 7(1): 59~66
- 99 Xia M F, Han W S, Ke F J, Bai Y L. Statistical mesoscopic damage mechanics and damage evolution induced catastrophe. *Adv Mech*, 1995, 25(1): 1~40, 145~173 (in Chinese)
- 100 Bai Y L, Ling Z, Luo L M, Ke F J. Initial development of microdamage under impact loading. *ASME Trans J Appl Mech*, 1992, 59(3): 622~627
- 101 Han W S, Xia M F, Shen L T, Bai Y L. Statistical formulation and experimental determination of growth rate of micrometre cracks under impact loading. *Int J Solids and Struct*, 1990, 34(22): 2905~2925
- 102 Ke F J, Bai Y L, Xia M F. Evolution of ideal micro-crack system. *Sci China Ser A*, 1990, 33(12): 1447~1459
- 103 Han W S, Bai Y L. Embryo-damage induced nucleation of microcracks in an aluminium alloy under impact loading. *Acta Metall Mater*, 1995, 43(6): 2157~2162
- 104 Xia M F, Ke F J, Lu Y H, Bai Y L. Effect of stochastic extension in ideal microcrack system. *Sci China Ser A*, 1991, 34(5): 579~589
- 105 Li H L, Huang Z P. Effect of evolution rate-sensitivity on statistical evolution of microvoids. *Sci China Ser A*, 1996, 39(12): 1332~1339
- 106 Li Q, He Z R, Song M S. Nonequilibrium statistical theory of damage and fracture for glassy polymers. 1 The Statistical distribution and evolution of microcracks in glassy polymers. *Macromol Theor Simul*, 1996, 5(2): 183~197
- 107 Hong Y S, Lu Y H, Fang B, Bai Y L. Collective evolution characteristics and computer simulation of short fatigue cracks. *Philos Mag A*, 1997, 75(6): 1517~1531
- 108 Papenfuss C, Van P, Muschik W. Mesoscopic theory of microcracks. *Arch Mech*, 2003, 55(5-6): 481~499
- 109 Van P, Papenfuss C, Muschik W. Mesoscopic dynamics of microcracks. *Phys Rev E*, 2000, 62(5): 6206~6215
- 110 Van P, Papenfuss C, Muschik W. Griffith cracks in the mesoscopic microcrack theory, published online. *Condensed Matter*, abstract, cond-mat/0211207, 2002
- 111 Lemanska M, Englman R, Jaeger Z. Transport treatment of crack population in finite medium. *Int J Impact Eng*, 1997, 19(3): 257~272
- 112 Kiselev S P, Kiselev V P. Superdeep penetration of particles into a metal target. *Int J Impact Eng*, 2002, 27(2): 135~152
- 113 Bai Y L, Bai J, Li H L, Ke F J, et al. Damage evolution, localization and failure of solids subjected to impact loading. *Int J Impact Eng*, 2000, 24(6-7): 685~701
- 114 Bai Y L, Xia M F, Ke F J, Li H L. Closed trans-scale statistical microdamage mechanics. *Acta Mech Sinica*, 2002, 18(1): 1~17
- 115 Wang H Y, Bai Y L, Wei Y J. Analysis of spallation based on trans-scale formulation of damage evolution. In: Wang C M, Liu G R, Ang K K, eds. *Proceedings of the 2nd International Conference on Structural Stability and Dynamics*. Singapore: World Scientific, 2002. 955~964
- 116 Wang H Y, Bai Y L, Xia M F, Ke F J. μm - and μs - damage evolution, energy dissipation and its trans-scale effects on macroscopic failure. *Mechanics of Materials*, 2006, 38(1-2): 57~67
- 117 Bai Y L, Han W S, Bai J. A statistical evolution equation of microdamage and its application. *ASTM STP 1315*, 1997. 150~162
- 118 Holland J H. *Emergence: From Chaos to Order*, Addison-Wesley. Redwood City, CA, 1998
- 119 Economou D J, Panagopoulos L, Meyyappan, M. Examining scale-up and computer simulation in tool design for 300-mm wafer processing. *Micro*, 1998, 16(7): 101~113
- 120 Bai Y L, Dodd B. *Adiabatic Shear Localization*. Oxford: Pergamon Press, 1992
- 121 Nicolis G, Prigogine I. *Self-Organization in Nonequilibrium Systems*. New York: John Wiley and Sons, 1979
- 122 Bai Y L, Xia M F, Wang H Y, Ke F J. Characteristic dimensionless numbers in multi-scale and rate-dependent processes. *China Particology*, 2000, 1(1): 7~12
- 123 Xia M F, Ke F J, Wei Y J, Bai J, et al. Evolution induced catastrophe in a nonlinear dynamical model of material failures. *Nonlinear Dynamics*, 2000, 22(2): 203~224

- 124 Xia M F, Ke F J, Bai J, Bai Y L. Threshold diversity and trans-scales sensitivity in a nonlinear evolution model. *Phys Letter A*, 1979, 236(1-2): 60~64
- 125 Xia M F, Wei Y J, Ke F J, Bai Y L. Critical sensitivity and trans-scale fluctuations in catastrophic rupture. *Pure Appl Geophys*, 2002, 159(10): 2491~2509
- 126 Sahimi M, Arbabi S. Mechanics of disordered solids. *Phys Rev B*, 1993, 47(2): 713~722
- 127 Jaeger J C, Cook N G W. *Fundamentals of Rock Mechanics*. London: Chapman & Hall, 1979
- 128 Zhang X H, XU X H, Xia M F, Ke F J, et al. Critical Sensitivity in Driven Nonlinear Threshold Systems. *Pure Appl Geophys*, 2004, 161(9-10): 1931~1944
- 129 Sornette D. *Critical Phenomena in Natural Sciences*. Berlin: Springer-Verlag, 2000
- 130 Rundle J B, Klein W, Turcotte D L, Malamud D. Precursory seismic activation and Critical point phenomena. *Pure Appl Geophys*, 2002, 157(11-12): 2165~2182

(中国科学院力学研究所 汪海英 译自

Statistical mesomechanics of solid, linking

coupled multiple space and time scales. *Applied*

Mechanics Reviews, 2005, 58(6): 372~388 夏蒙禁 校)

STATISTICAL MESOMECHANICS OF SOLID, LINKING COUPLED MULTIPLE SPACE AND TIME SCALES*

BAI Yilong¹ WANG Haiying^{1,†} XIA Mengfen^{1,2} KE Fujie^{1,3}

¹ State Key Laboratory of Non-linear Mechanics (LNM), Institute of Mechanics,
Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China

² Department of Physics, Peking University, Beijing 100871, China

³ Department of Applied Physics, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China

Abstract This review begins with the description of a new challenge in solid mechanics: multiphysics and multiscale coupling, and its current situations. By taking spallation as an example, it is illustrated that the fundamental difficulty in these multiscale nonequilibrium problems is due to the hierarchy and evolution of microstructures with various physics and rates at various length levels in solids. Then, some distinctive thoughts to pinpoint the obstacles and outcome are outlined. Section 3 highlights some paradigms of statistical averaging and new thoughts to deal with the problems involving multiple space and time scales, in particular the nonequilibrium damage evolution to macroscopic failure. In Sec.4, several frameworks of mesomechanics linking multiple space and time scales, like dislocation theory, physical mesomechanics, Weibull theory, and stochastic theory, are briefly reviewed and the mechanisms underlying the trans-scale coupling are elucidated. Then we turn to the frameworks mainly concerning damage evolution in Sec.5, namely, statistical microdamage mechanics and its trans-scale approximation. Based on various trans-scale frameworks, some possible mechanisms governing the trans-scale coupling are reviewed and compared in Sec.6. Since the insight into the very catastrophic transition at failure is closely related to strong trans-scale coupling, some new concepts on nonequilibrium and strong interaction are discussed in Sec.7. Finally, this review is concluded with a short summary and some suggestions.

Keywords statistical mesomechanics, multiple space and time scales, coupling of multiple physics, trans-scale correlation

* The project supported by the National Natural Science Foundation of China (10172048, 10232040, 10232050, 10372012, 10302029), the Chinese Academy of Science (KJCX2-CW-L2) and Major State Research Project (G20007735)

† E-mail: why@lnm.imech.ac.cn