

饱和土中剪切带宽度的研究¹⁾

鲁晓兵^{*、2)} 王义华^{*} 王淑云^{*} 崔 鹏[†]

^{*}(中国科学院力学研究所工程科学部, 北京 100080) [†](中国科学院成都山地研究所, 成都 610041)

摘要 主要对饱和土在简单剪切和耦合载荷下的剪切带宽进行了理论分析. 在模型中考虑了剪胀、孔隙耗散、惯性及孔隙水和土颗粒之间阻力等因素的耦合效应, 将有效应力考虑为应变、应变率和孔隙压力的函数. 通过对模型的简化分析得到简单剪切和耦合应力状态下的剪切带宽度的近似计算公式. 分析表明, 当土体失稳后, 会出现有限厚度的剪切带, 且其形成是一个后期过程, 可以忽略惯性效应. 剪切带的厚度依赖于孔隙压力特性和土体骨架的剪胀特性, 但是不依赖于应力状态. 最后将分析与实验结果进行了对比, 在一定程度上, 两者是符合的.

关键词 剪切带厚度, 饱和土, 耦合应力, 简单剪切

中图分类号: TU432 **文献标识码:** A **文章编号:** 0459-1879(2005)01-0087-05

引 言

饱和土中的剪切带是狭窄的集中变形区, 可以在简单剪切、平面应变和三轴压缩实验中观察到^[1~5]. 从这些实验中得到了剪切带的倾角. 为量测局部化变形带的边界力和变形, 人们采用了电镜扫描仪、数字化光学图像仪^[6], X 光仪等设备^[7,8]. 前人的研究发现剪切带厚度随着颗粒尺寸的增加和土体密度的降低而降低. Lade 等^[9]用 Santa Monica Beach 砂开展了真三轴实验, 研究剪切带对土体失效的影响. Mooney 等^[10]研究了土体中局部化变形的发展.

前人利用分岔理论研究^[11~14]分析了局部化出现的条件. 在这些分析中, 将饱和土^[15~19]作为两相连续介质, 研究不排水条件下的失稳条件. 这些研究集中在两个主要的分岔现象: 剪切带和液化, 并利用 Cosserat 类本构关系分析了剪切带的厚度^[20].

剪切局部化是孔隙压力增加或有效应力减小导致的非稳定性影响引起的. 一般情况下, 饱和土随应变和应变率增加而硬化, 屈服应力随孔隙压力增加而降低. 某些情况下, 孔隙压力的软化效应会超过应变和应变率的硬化效应, 从而引起一条或多条剪切带的出现.

外力做的塑性功(导致孔隙压力增加和土体剪胀)和孔隙压力的耗散特性是剪切带出现和发展的最重要的影响因素. 实际上塑性功导致剪切局部化而孔隙压力耗散导致剪切区域扩张^[20]. 饱和土中的

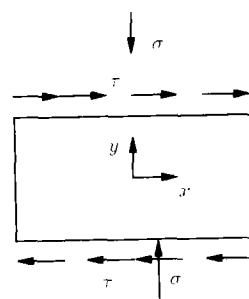
剪切带一般非常狭窄, 小于 20 倍的颗粒直径^[6,12].

因为问题的复杂性, 许多学者采用数值方法进行研究^[21~23]. 他们研究了剪切带出现的条件. 为了克服计算中软化出现后网格依赖性的困难, 人们提出了许多的数值方法和本构关系^[19,24]. 但还没有一个方便和简单的估算饱和土中剪切带厚度的方法.

鉴于以上论述, 作者通过分析, 提出了一个适用于简单剪切和复杂应力状态下的计算剪切带厚度的公式.

1 模 型

本文的目的是找到一个估算饱和土中剪切带厚度的方便使用且准确的公式. 先分析简单剪切条件下的剪切带厚度(图 1(a)), 然后分析平面应变条件下的



(a) 简单剪切示意

(a) The sketchy of simple shear

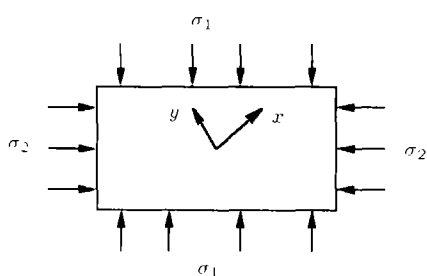
图 1

Fig 1

2003-10-22 收到第 1 稿, 2004-11-01 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金杰出青年基金(40025103)和国家自然科学基金(10202024)资助项目.

2) E-mail: xblu@imech.ac.cn



(b) 平面应变状态示意

(b) The sketchy of plane strain

图 1(续)

Fig.1(continued)

的剪切带厚度 (图 1(b)).

2 本构关系

本文中土体骨架被视为黏塑性材料, 表示为如下的形式 [25]

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_x &= f_1(\gamma, \dot{\gamma}, p) \\ \sigma'_y &= f_2(\gamma, \dot{\gamma}, p) \\ \tau &= f_3(\gamma, \dot{\gamma}, p) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中 σ'_x, σ'_y 分别为 x 和 y 方向上的有效应力; τ 是剪应力; γ 是剪应变; $\dot{\gamma}$ 是剪应变率; p 是孔隙压力; σ 是总应力, 在简单剪切中 σ 是常数, 且 $p = \sigma - \sigma'_y$. 这意味着在这种情况下 p 等价于 σ'_y .

3 控制方程

根据文献 [25], 采用如下的控制方程

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \tau}{\partial y^2} &= (1-n)\rho_s \frac{\partial^2 \gamma}{\partial t^2} + Kn^2 \frac{\partial \gamma}{\partial t} \\ C\dot{\gamma} &= -\frac{1}{Kn} \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{1}{E_r} \frac{\partial p}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中 τ 是剪应力; n 是孔隙率; ρ_s 是颗粒密度; γ 是剪应变; K 在本文中定义为阻力系数且 $K = \frac{\mu}{k_1}$, k_1 是物理渗透率, 量纲为 $[L^2]$; μ 是水的黏性系数; C 表示剪胀性的系数; E_r 是颗粒的压缩系数; t 和 y 分别是时间和空间变量.

4 简单条件下的剪切带厚度

剪切带的厚度是随时间逐渐发展的, 当 $t \rightarrow \infty$ 时, 可以从控制方程 (2) 得到估算剪切带半厚度 δ 的公式 [26,27]

$$C\dot{\gamma} \approx \left| \frac{1}{Kn} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right| \quad (3)$$

式 (3) 右边项 $\frac{1}{Kn} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ 可以近似表示为

$$\left| \frac{1}{Kn} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right| \approx \frac{1}{Kn} \left(\frac{u_* - u_m}{\delta^2} \right) \quad (4)$$

其中 u_* , u_m 分别为剪切带中心和剪切带外的孔隙压力. 因为一般情况下 $u_* \gg u_m$, 由式 (3) 和 (4) 可以得到剪切带半厚度的简化公式

$$\delta = \left(\frac{u_*}{C_1 \dot{\gamma}_* Kn} \right)^{0.5} \quad (5)$$

在高孔隙压力或低的有效应力条件下, 材料的黏性将较重要. 这样, 假设 $\dot{\gamma}_* = \tau_*/\eta$, 方程式 (5) 就成为

$$\delta = \left(\frac{\eta u_*}{C_1 Kn \tau_*} \right)^{0.5} \quad (6)$$

从这个方程可以看到, 饱和土中的剪切带厚度是依赖于饱和土的物理和力学性质.

5 多维应力状态下的剪切带厚度

除了特殊情况, 如简单剪切, 饱和土中的剪切带厚度不会是一维的. 一个明显的更复杂应力状态的剪切带的例子是平面应变压缩, 它可以视为一个纯剪状态加上一个静水压力状态. 实验表明, 静水压力不会影响剪切带的形成, 但是在后期剪切带内微裂纹的形成中起作用 [7]. 因此, 静水压力不会影响剪切带厚度的发展.

对多维状态下的剪切带, 可以得到如下的控制方程 [25]

$$C(\dot{\gamma}_{xy} + \dot{\gamma}_{xz} + \dot{\gamma}_{yz}) = -\frac{1}{Kn} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{E_r} \frac{\partial u}{\partial t} \quad (7)$$

其中 $\dot{\gamma}_{xy}, \dot{\gamma}_{xz}, \dot{\gamma}_{yz}$ 分别是 x - y 平面、 x - z 平面和 y - z 平面的剪应变率.

研究发现在剪切带发展的后期阶段, 孔隙压力耗散是控制因素, 而初始阶段惯性是控制因素 [28]. 一旦剪切带形成, 总的变形将减到平面应变状态. 这样就得到如下的两维动量方程

$$C(\dot{\gamma}_{xy} + \dot{\gamma}_{xz}) = -\frac{1}{Kn} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{E_r} \frac{\partial u}{\partial t} \quad (8)$$

这里对孔隙压力变化引起的效应进行探讨. 如果只考虑一个剪切带, 且厚度远小于实验样本的特征长度 l . 控制方程成为

$$C(\dot{\gamma}_{xy} + \dot{\gamma}_{xz}) = -\frac{\Delta p}{Kn\delta^2} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} + \frac{\Delta \bar{u}}{E_r t_k} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}} \quad (9)$$

其中

$$\bar{y} = \frac{y}{\delta} \approx O(1), \quad \bar{u} = \frac{u}{\Delta u} \approx O(1), \quad \bar{t} = \frac{t}{t_k} \approx O(1) \quad (10)$$

其中 t_k 是特征时间; Δu 是孔隙压力的增加, 在时间 t_k 内孔隙压力改变 Δu , 因此

$$t_k \approx \frac{\delta^2}{(E_r/K)} \quad (11)$$

且有

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}} \approx \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} \approx O(1) \quad (12)$$

这样控制方程简化为

$$\frac{1}{t_k} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}} \approx \frac{C(\dot{\gamma}_{xy} + \dot{\gamma}_{xz})}{\Delta u} + \frac{E_r}{Kn} \frac{1}{\delta^2} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} \quad (13)$$

这个假设要求与剪切带平行和垂直的应变发展时间大于孔隙水通过剪切带厚度的耗散时间. 这在边界无能量交换条件下显然能满足. 因此, 多维应力状态下剪切带的厚度主要由简单剪切条件下的一维方程控制, 只是在方程中考虑多维应力状态下的剪胀率. 或者说, 剪切带厚度主要依赖于应变率和孔压特性, 而与本构关系依赖程度低.

考虑到式 (11)、式 (13) 可以写成

$$n \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}} \approx \frac{Kn\delta^2}{E_r} \frac{C(\dot{\gamma}_{xy} + \dot{\gamma}_{xz})}{\Delta u} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} \quad (14)$$

又由式 (12) 及 $n \approx O(1)$, 由上式得

$$\frac{Kn\delta^2}{E_r} \frac{C(\dot{\gamma}_{xy} + \dot{\gamma}_{xz})}{\Delta u} \approx 1 \quad (15)$$

即关于带宽的方程可以写成

$$\delta \approx \left(\frac{E_r \Delta u_*}{C(\dot{\gamma}_{xy} + \dot{\gamma}_{xz}) Kn} \right)^{0.5} \quad (16)$$

6 理论分析与实验结果的对比

在本节, 将关于剪切带厚度的上述理论公式与前人的一些实验结果进行了对比. 先对采用的数据进行简单描述.

Alshibli 等^[6] 用数值图像分析技术研究了平面应变条件下砂土中剪切带. 测量出剪切带厚度从 3.19 mm 到 3.29 mm. 采用的是细颗粒砂: F-75 Silica sand. 平均颗粒直径为 0.22 mm. 剪应变率为 4×10^4 /s, 参数 E_r 为 100 kPa, K 为 10^{11} kg/m³s, 孔压增加为 100 kPa.

Oda 等^[7] 进行的平面应变实验表明, 剪切带厚度大约是颗粒平均直径的 7 到 8 倍. 他们采用的材料为 Toyoura 砂和 Ticino 砂. Toyoura 砂的平均颗粒直径为 0.206 mm, Ticino 砂的平均颗粒直径为 0.527 mm. 实验中剪应变率为 1.2×10^{-5} /s, 参数 E_r 为 10 kPa, K 为 10^{12} kg/m³s, 孔压增加为 100 kPa.

在 Nemat-Nasser^[8] 的三轴扭转实验中, 采用了两类砂: Silica No.60 砂和 Monterey No.0 砂, 考察颗粒尺度对剪切带的影响. Monterey No.0 砂和 Silica No.60 砂的平均颗粒直径分别为 0.48 mm 和 0.22 mm, 两种砂中剪切带的最大厚度分别是 7.0 mm 和 2.5 mm, 即剪切带厚度是颗粒直径的 10 到 15 倍. 实验时剪应变率为 1.7×10^{-5} /s 和 8.3×10^{-3} /s, 孔压增加为 100 kPa, 参数 E_r 分别为 1 MPa 和 10 MPa, $K = 10^{11}$ kg/m³s.

根据本文公式得到的理论值与上述实验值的对比见表 1. 计算中参数 C 为 (1~10)MPa, 取值范围根据式 (2) 第二式中各项应为同量级确定. 可以看出, 带宽的实验与理论分析结果之间是比较吻合的.

表 1 带宽理论值与实验值的对比

Table 1 Comparison of the band width between the theoretical and experimental results

Material	Loading conditions	Band thickness / D_{50}	Ref.	Computed data
sand	plane strain	7~8	[6]	8
sand	plane strain	14~15	[7]	13
sand	triaxial compression	10~15	[8]	10~12

7 结 语

通过对简单剪切和多维应力状态下剪切带厚度的分析,得到了估算饱和土中剪切带厚度的近似公式.结果表明,剪切带厚度依赖于孔隙压力变化特性和材料的剪胀特性,但是不依赖于耦合应力的组合情况.得到的理论值与前人实验结果的对比表明,两者较吻合.

参 考 文 献

- Iai S, Bardet JP. Plane strain instability of saturated elastio-plastic soils. *Geotechnique*, 2001, 51(5): 389~398
- Lade PV. Experimental observations of stability, instability and shear planes in granular materials. *Ing Arch*, 1989, 59: 114~123
- Matthias L, Christian M. A note on formulas for localised failure of frictional materials in compression and biaxial loading modes. *Int J for Numer and Meth Geomech*, 2001, 25: 955~971
- Finno RJ, Harris WW, Mooney MA, et al. Strain localization and undrained steady state of sand. *J Geotech Engrg*, 1996, 122(6): 462~473
- Alshibli KA, Sture S. Shear band formation in plane strain experiments of sand. *J Geotech Geoenviron Engrg, ASCE*, 2000, 126(6): 495~503
- Alshibli KA, Sture LS. Sand shear band thickness measurements by digital imaging techniques. *J Computing in Civil Engrg, ASCE*, 1999, 13(2): 103~109
- Oda M, Kazama H. Microstructure of shear bands and its relation to the mechanism of dilatancy and failure of dense granular soils. *Geotechnique*, 1998, 48(4): 465~481
- Nemat-Nasser S, Okada N. Radiographic and microscopic observation of shear bands in granular materials. *Geotechnique*, 2001, 51(9): 753~765
- Lade PV, Qiong Wang. Effects of shear banding on three-dimensional failure conditions for soils. Numerical Models in Geomechanics-NUMOG VII, Pande, Pietruszczak, Schweiger eds, Balkema, Rotterdam, 1999
- Mooney MA, Finno RJ, Viggiani MG. A unique critical state for sand. *J Geotech Geoenviron Engrg ASCE*, 1998, 124(11): 1100~1108
- Rice JR. On the stability of dilatant hardening of saturated rock masses. *J Geophy Res*, 1975, 80: 1531~1536
- Muhlhaus HB, Vardoulakis I. The thickness of shear bands in granular materials. *Geotech*, 1987, 37(3): 271~283
- Rudnicki JW, Rice JR. Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant material. *J Mech Phys Solids*, 1975, 23: 371~394
- Li XS. Modelling of dilative shear failure. *J Geotech Geoenviron Engrg, ASCE*, 1997, 123(7): 609~616
- Pietruszczak S, Niu X. On the description of localized deformation. *Int J Numer Anal Methods Geomech*, 1993, 17: 791~805
- Pietruszczak S. Undrained response of granular soil involving localized deformation. *ASCE J Engrg Mech*, 1995, 121(12): 1292~1297
- Loret B, Prevost JH. Dynamic strain localization in fluid-saturated porous media. *ASCE J Engrg Mech*, 1991, 117(4): 907~923
- Vardoulakis I. Stability and bifurcation of undrained, plane rectilinear deformations on water-saturated granular soils. *Int J Numer Analy Methods Geomech*, 1985, 9: 399~414
- Vardoulakis I, Aifantis EC. Gradient dependent dilatancy and its implications in shear banding and liquefaction. *Ingenieur-Archiv*, 1989, 59: 197~208
- Lu Xiaobing, Zhang Jiahua, Yang Zhengsheng. On the evolution of shear bands in saturated soils. *Int J Non-Linear Mech*, 2000, 35: 21~26
- Lesniewska D, Mroz Z. Limit equilibrium approach to study the evolution of shear band systems in soils. *Geotech*, 2000, 50(5): 521~536
- Tejchman J. Patterns of shear zones in granular bodies within a polar hypoplastic continuum. *Acta Mechanica*, 2002, 155: 71~79
- Wei Wu. Non-linear analysis of shear band formation in sand. *Int J Numer Anal Meth Geomech*, 2000, 24: 245~263
- Bauer E, Huang W. Effect of initial anisotropy on shear banding in granular materials. Numerical Models in Geomechanics-NUMOG VII, Pande, Pietruszczak, Schweiger eds. Balkema, Rotterdam, 1999, 121~126
- Lu XB. On the shear instability of saturated soil. *Int J Engrg Science*, 2001, 39: 963~972
- Dodd B, Bai YL. Width of adiabatic shear bands. *Materials Science and Technology*, 1985, 1: 38~40
- Dodd B, Bai Yilong. Width of adiabatic shear bands formed under combined stresses. *Materials Science and Technology*, 1989, 5: 557~559
- Lu XB, Wang SY. On the evolution of simple shear in saturated soils. *Int J Numer Anal Methods Geomech*, 2004, 28: 269~278

ON THE SHEAR BANDWIDTH IN SATURATED SOILS¹⁾

Lu Xiaobing^{*,2)} Wang Yihua* Wang Shuyun* Cui Peng[†]

^{*}(Division of Engineering Sciences, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

[†](Institute of Mountain Hazard and Environment, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610041, China)

Abstract The width of a shear band formed in saturated soils under simple shear and combined stress state has been investigated. In the present model, the dilatancy of soils, the pore pressure dissipation characteristics, the inertial of water and soils, the obstruction between the grains and water are considered. The effective stresses are considered as a function of strain, strain rate and pore pressure.

A finite thick shear band may develop when instability starts the shear bandwidth may be expressed as approximated formulas based on the fact that the shear band formation is a late stage and so the inertial may be neglected. It is shown that the shear bandwidth is dependent on the pore pressure properties of the material and the dilatancy rate, but is independent of the details of the combined stress state. This is in agreement with some of separate experimental observations.

Key words shear bandwidth, saturated soils, combined stresses, simple shear

Received 22 October 2003, revised 1 November 2004.

1) The project supported by the National Natural Science Fund for Distinguished Young Scholar of China (40025103), the National Natural Science Foundation of China (10202024).

2) E-mail: xblu@imech.ac.cn