

垂向动载下饱和砂土液化发展的数值模拟¹⁾

鲁晓兵 谈庆明 俞善炳 郑哲敏
(中国科学院力学研究所, 北京 100080)

摘要 针对一维应变情况, 建立了垂向荷载作用时饱和砂土的一维应变动力学模型, 然后进行了分析. 得到了在垂向荷载作用下, 饱和砂土液化发展过程的特性. 结果表明, 渗透系数越小, 骨架强度越低, 扰动强度越大, 液化发展越快.

关键词 垂向动载, 饱和砂土, 液化, 液化区

引 言

地震液化常常给人们带来巨大损失, 而剪切振动常被认为是地震液化的主要原因, 因此, 人们对剪切荷载作用下饱和砂土的液化问题进行了较多的研究, 而对垂向荷载作用下砂土液化的

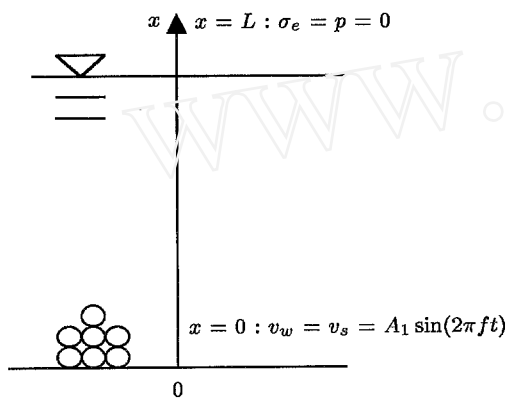


图 1 问题的示意
Fig.1 Schematics of problem

的动力学效应研究较少^[1,2]. 但是, 不论在地震过程中还是在爆炸时, 垂向荷载与剪切荷载相比都不是小量, 有时甚至更大, 那么, 垂向振动荷载对饱和砂土的变形和液化发展有什么影响呢? 这是一个既有理论意义, 又有实际价值的问题, 需要进行深入的研究. 鉴于如上所述, 本文针对一维应变情况, 考察如下问题(图 1): 对象是水平向无限扩展而垂向有限的砂土体, 地下水位与地面平齐; 砂土性质只在垂向发生变化, 孔隙水和颗粒不可压; 垂向振动荷载均匀作用于砂层底端面, 底端面为刚性底板, 顶面为自由面; 加载前砂土体处于重力作用下的静止状态; 将考察荷载及砂土参数对饱和砂土材料液化和液化区扩展的影响. 对于其他一维情况, 也可作类似分析.

1 基本方程及定解条件

下面给出砂土的基本方程, 包括守恒方程、本构关系及定解条件.

1.1 守恒方程

Biot 最早给出了描述饱和砂土中水和砂互相作用的控制方程^[3], 并用于分析饱和砂土中波的传播问题. 这个方程后来为人们用于砂土的液化分析. 虽然有些学者建立了其他形式的控制方程, 如基于混合物理论的方程^[4], 但是并没有得到比 Biot 更丰富的结果, 而在一定条件下, 它

2000-01-03 收到第一稿, 2001-01-08 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金资助项目(19832010).

们趋向一致。尽管如此，由于 Biot 方程中的耦合质量难以确定，使用时有一定的困难；该方程中假定水和颗粒均是可压的，这既增加了复杂性，而且对于饱和砂土的讨论往往也是没有必要的；同时该方程没有考虑孔隙率的变化以及孔隙率对渗透率等参数的影响。为此，本文中 will 建立如下饱和砂土的一维应变模型^[5]，在模型中我们考虑了孔隙率的变化及其对渗透率的影响，并将骨架当作塑性材料；同时考虑到本文分析的压力范围，忽略颗粒和孔隙水的压缩性，并因为渗透性小而假设为小变形。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} + n \frac{\partial v_w}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial n}{\partial t} - (1-n) \cdot \frac{\partial v_s}{\partial x} &= 0 \\ n\rho_w \frac{\partial v_w}{\partial t} + n \frac{\partial p}{\partial x} &= -H - n\rho_w g \\ (1-n) \cdot \rho_s \cdot \frac{\partial v_s}{\partial t} + (1-n) \cdot \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_e}{\partial x} &= H - (1-n)\rho_s g \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中前两式为水和砂的守恒方程，后两式为水和砂的动量守恒方程，因为假设为小变形，忽略了其中的迁移加速度项； n 为孔隙率； v_w, v_s 分别为水和颗粒的速度； ρ_w, ρ_s 分别为水和颗粒的密度； p 为孔隙压力； σ_e 为有效应力； g 为重力加速度； H 为相间作用力，并设

$$H = Kn^2(v_w - v_s) \quad (2)$$

其中 K 为相间作用系数且 $K = k/\mu$ ； k, μ 分别为骨架的渗透率 and 水的黏性系数。

联系运动量 v_s 和本构量应变 ε 的几何关系和相间作用系数 K 与孔隙率 n 之间的关系分别取

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\partial v_s}{\partial x} \quad (3)$$

$$K = \left(\frac{n}{n_0}\right)^5 \left(\frac{1-n_0}{1-n}\right)^2 K_0 \quad (4)$$

其中 K_0 为初始相间作用系数，即孔隙率为 n_0 时的相间作用系数^[6]。

1.2 往复荷载下饱和砂土骨架的本构关系

下面给出往复荷载条件下有侧限的饱和砂土骨架的有效应力应变关系及液化条件。以前，砂土在侧限条件下的本构关系一般用在单向加载的地基沉陷分析中，对于往复荷载条件下有侧限的饱和砂土本构关系的描述很少，实验数据也很少。在前人的工作中，一维侧限条件下的应力应变关系一般表达为如下的几种形式，一种是对应力应变关系曲线作分段线性近似；一种是作出应变（或孔隙率）与应力对数值之间的半对数关系曲线^[7,8]。但是采用前一种方法，难以用简单的关系表述割线模量随应力应变状态变化的关系，特别是用于复杂的反复加载的情况；因为不能对零求对数，后一种方法又不能描述应力接近零的状态。因此，作者在固结仪上作了往复荷载作用下有侧限的本构实验，得到了包含四个参数的双曲线形式的本构关系。其中有效应力应变的表达形式如下^[9]

$$\text{加载曲线 } \sigma_e - \sigma_{els} = \frac{E_{ls}(\varepsilon - \varepsilon_{ls})}{1 - \frac{\varepsilon - \varepsilon_{ls}}{\varepsilon_{ls}}} \quad (5)$$

$$\text{卸载曲线 } \sigma_e - \sigma_{eus} = \frac{E_{us}(\varepsilon - \varepsilon_{us})}{1 - \frac{\varepsilon - \varepsilon_{us}}{\varepsilon_{us\bullet}}} \quad (6)$$

其中 σ_e, ε 分别为砂土的有效应力和应变, $\sigma_{els}, \varepsilon_{ls}$ 分别表示砂土第 s 条加载曲线对应的起始点的有效应力和应变, $\sigma_{eus}, \varepsilon_{us}$ 分别表示砂土第 s 条卸载曲线对应的起始点的有效应力和应变, $E_{ls}, \varepsilon_{ls\bullet}, E_{us}, \varepsilon_{us\bullet}$ 为加卸载曲线的四个参数, 前两个为第 s 条加载线的切线模量和极限应变, 后两个为第 s 条卸载线中的切线模量和极限应变, 这四个参数由初始加载线的切线模量和极限应变以及曲线转折点处的应力应变状态来确定.

加载线中切线模量 E_{ls} 和极限应变 $\varepsilon_{ls\bullet}$ 由下面两式确定

$$E_{ls} = E_{l0} \left(1 + \frac{\varepsilon_{ls}}{a_1 + a_2 \varepsilon_{ls}} \right) \left(1 + \frac{\sigma_{els}}{\sigma_{ec}} \right)^{0.5} \quad (7)$$

$$\varepsilon_{ls\bullet} = \varepsilon_{l0\bullet} \left(1 - \frac{\varepsilon_{ls}}{a_3 + a_4 \varepsilon_{ls}} \right) \left(1 + \frac{\sigma_{els}}{\sigma_{ec}} \right)^{0.5} \quad (8)$$

其中 $E_{ls}, \varepsilon_{ls\bullet}$ 为以 $\varepsilon_{ls}, \sigma_{els}$ 为起始点对应的加载线的切线模量和极限应变, $E_{l0}, \varepsilon_{l0\bullet}$ 分别为砂土初始加载线的加载切线模量和极限应变, $a_1 \sim a_4$ 为实验常数, $\varepsilon_{ls}, \sigma_{els}$ 分别为第 s 条再加载曲线起始点处的应变和有效应力, σ_{ec} 为砂土前期固结压力, 取为 1.0 kPa.

卸载线中切线模量 E_{us} 和极限应变 $\varepsilon_{us\bullet}$ 由下面两式确定

$$E_{us} = E_{u0} \left(1 + \frac{\varepsilon_{us}}{b_1 + b_2 \varepsilon_{us}} \right) \left(1 + \frac{\sigma_{eus}}{\sigma_{ec}} \right)^{0.5} \quad (9)$$

$$\varepsilon_{us\bullet} = \varepsilon_{u0\bullet} \left(1 - \frac{\varepsilon_{us}}{b_3 + b_4 \varepsilon_{us}} \right) \left(1 + \frac{\sigma_{eus}}{\sigma_{ec}} \right)^{0.5} \quad (10)$$

其中 $E_{us}, \varepsilon_{us\bullet}$ 分别以 $\varepsilon_{us}, \sigma_{eus}$ 为起始点的卸载线的切线模量和极限应变, $b_1 \sim b_4$ 为实验常数, 其他参数的意义同前.

加载或卸载状态由应变增量 $\Delta\varepsilon$ 来判断, 当 $\Delta\varepsilon > 0$, 为加载状态; 当 $\Delta\varepsilon < 0$, 为卸载状态.

液化条件为砂土强度 σ_e^* 等于零

$$\sigma_e^* = 0 \quad (11)$$

1.3 定解条件

定解条件包括初始条件和边界条件.

初始条件为

$$t = 0: n = f_1(x), \quad p = \rho_w g \cdot x, \quad \sigma_e = (1 - n_0)(\rho_s - \rho_w)g \cdot x, \quad v_w = v_s = 0 \quad (12)$$

其中 $f_1(x)$ 为孔隙率沿砂土深度的初始分布函数.

边界条件为

$$\text{砂层顶面 } x = 0: p = 0, \quad \sigma_e = 0 \quad (13)$$

$$\text{砂层底面 } x = L: v_s = v_b = A_1 \sin(2\pi ft) \quad (14)$$

其中 A_1, f 分别为外载的幅值和频率, L 为砂层的厚度.

由守恒方程 (1), 本构方程 (5), (6) 和 (11), 结合定解条件 (12)~(14), 构成本问题的数学表述. 我们采用一阶隐式差分格式进行了数值模拟和分析.

2 与前人实验结果的对比

在前面给出的数学表述基础上, 本文中采用一阶差分进行数值模拟. 为考察差分格式和程序结构的正确性, 下面将本文中的模拟结果与文献 [10] 中砂土液化区扩展的结果进行比较. 文献 [10] 的工程背景是地基的强夯加固, 在加固过程中, 砂土地基液化和密实.

文献 [10] 中采用差分方法进行计算. 采用的参数为: 在上边界施加 5 个脉冲, 幅值为 7.0 MPa, 频率为 90 Hz, 渗透率为 $1.2 \times 10^{-12} \text{m}^2$, 砂土的初始模量为 6.38 MPa. 在本文的计算中, 采用与上述相同的数据, 采用一维模型, 且取文献 [10] 中的本构. 原点取在落锤点上, 外载通过骨架由上端面加在饱和砂土上. 图 2 是本文中的模拟结果与文献 [10] 中计算结果的对比情况, 可以看出, 二者在液化区发展的变化趋势上是一致的, 但是也有一定的差别, 两者之间产生误差估计是本文中用一维模型而文献中用轴对称模型造成的.

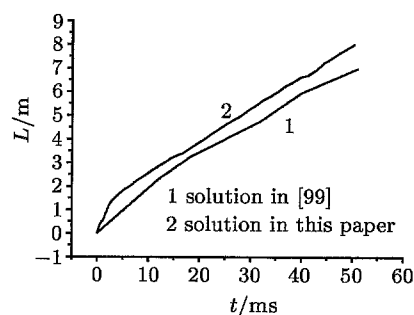


图 2 本文结果与文献 [10] 的对比
Fig.2 Comparison of results of this paper with Ref. [10]

3 砂土中有载应力的响应及与各因素的关系

本问题中起控制作用的参数有: 初始切线模量 $E_{l,r0}$ 和极限应变 ε_{l0*} , 初始渗透率 k_0 , 初始孔隙率 n_0 , 外载的幅值 A_1 和频率 f . 在本节和下一节中将讨论这些因素对砂土液化的影响. 所取的参数范围是: 初始切线模量 $E_{l0} = 0.51 \sim 5.1 \text{MPa}$, 初始极限应变 $\varepsilon_{l0*} = 0.1 \sim 0.7$, 初始渗透率为 $5 \times 10^{-11} \sim 5 \times 10^{-12} \text{m}^2$, 初始孔隙率为 $n_0 = 0.35 \sim 0.55$, 外载振幅 $A_1 = 2 \times 10^{-2} \sim 2.0 \times 10^{-4} \text{m/s}$, 外载频率为 $f = 1 \sim 40 \text{Hz}$.

在外部扰动作用下, 砂土中有效应力下降的速度随着砂土初始渗透率 k_0 的减小而增加 (图 3(a)); 随着初始切线模量的减小而增加 (图 3(b)); 随着初始极限应变的增加 (图 3(c)) 而增加; 随着砂土初始孔隙率的增加而增加 (图 3(d)); 随着边界上速度幅值的增加而增加 (图 3(e)); 随着边界上速度的频率的增加而增加 (图 3(f)).

我们知道, 砂土的初始切线模量越小或初始极限应变和初始孔隙率越大, 骨架的强度就越低, 骨架的可压缩性越强; 边界上的速度幅值和频率越大, 表明外载强度就越大, 砂土受到的压缩作用也越大; 初始渗透率越小, 孔隙水对骨架压缩变形的阻碍作用就越强. 因此, 我们可以得到这样的结论: 砂土液化是骨架结构破坏和强度丧失的过程, 是砂土骨架和孔隙水相互作用的结果. 在外载作用下, 砂土骨架产生压缩的趋势, 并力图将孔隙水挤出, 但水的承载能力较骨架的大得多, 如果水难以排出, 两者之间的作用就可能使荷载向液体转移, 使颗粒的联结强度和排列状态遭到破坏, 这样, 骨架就发生变形、破坏, 甚至液化.

这在工程上具有很重要的意义. 即在垂向荷载作用下, 要防止饱和砂土液化, 就需要采取措施, 促使砂土密实, 并削弱外载的作用, 反之亦然.

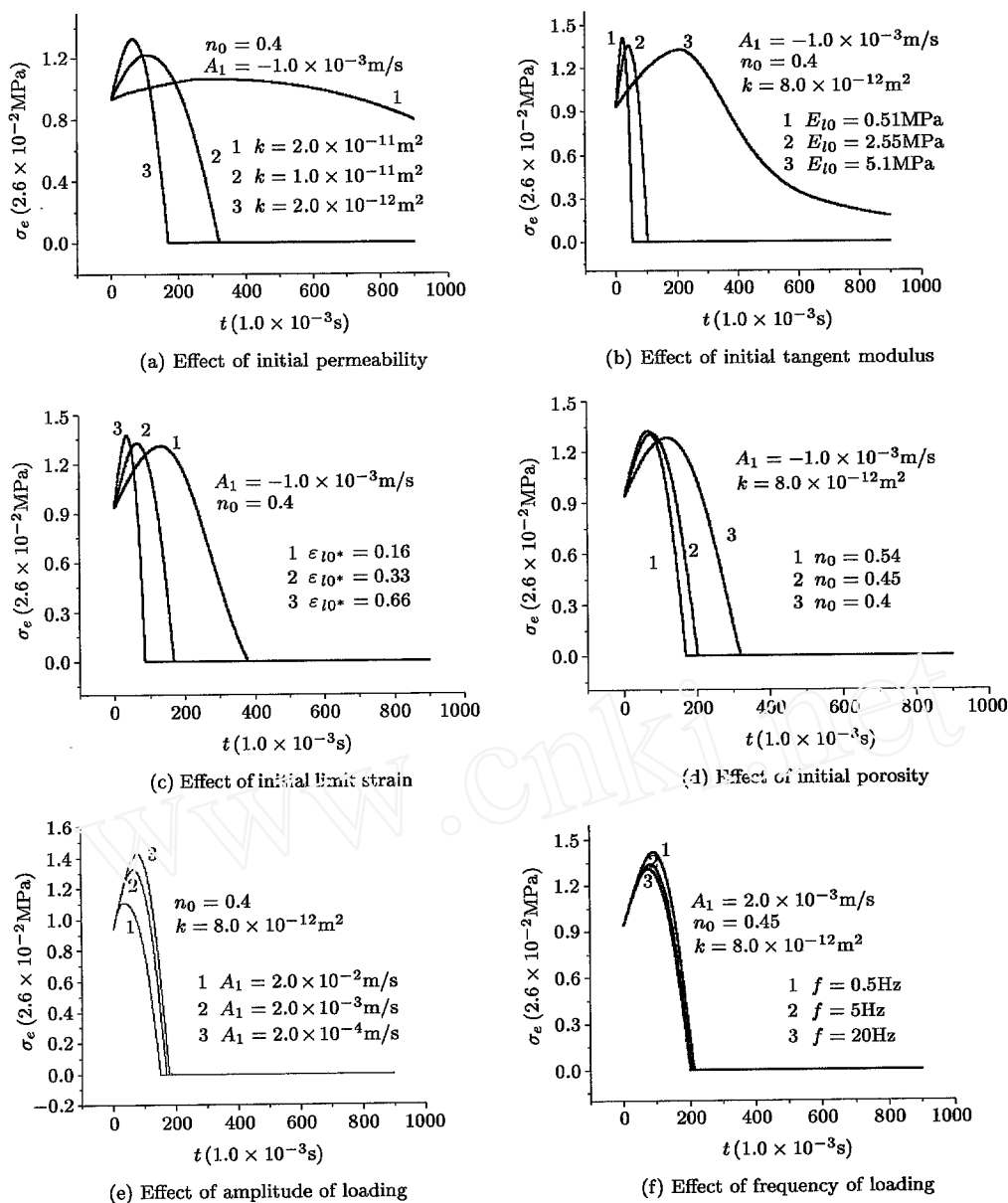


图 3 各因素对有效应力发展的影响
Fig.3 Effect of factors on effective stress

4 液化区厚度随时间的发展过程

4.1 液化区的扩展与各因素的关系

计算结果表明, 在外部扰动作用下, 砂土中液化区 (砂土强度等于零的区域) 的扩展从外部扰动作用端向远处扩展并逐渐停止, 各因素对砂土液化区厚度的影响明显. 液化区随时间的发展速度随着初始渗透率的减小而加快 (图 4(a)); 随着砂土的初始切线模量的减小和初始极限应变的增加而增加 (图 4(b),4(c)); 随着砂土初始孔隙率的增加而加快 (图 4(d)); 液化区的发展速

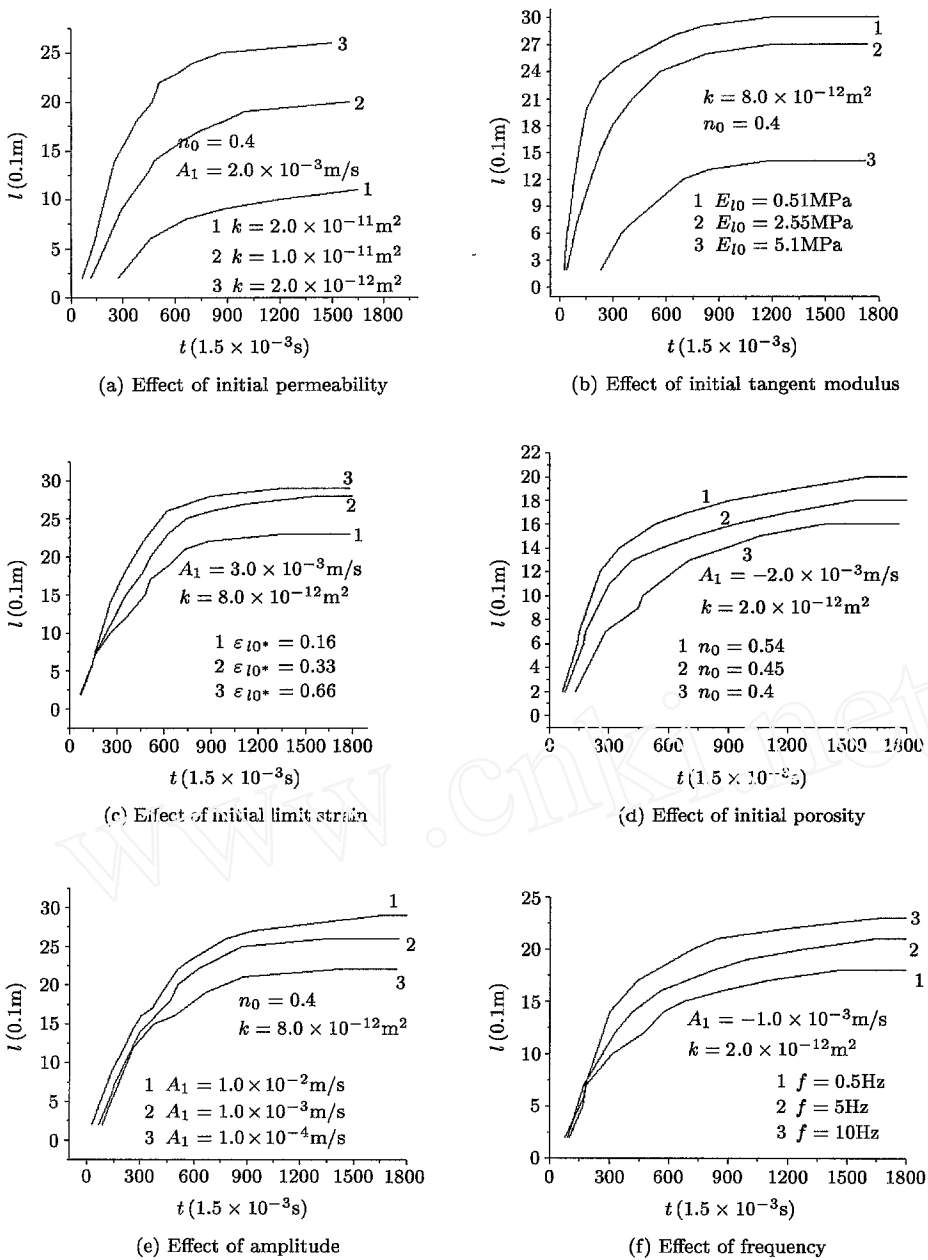


图 4 各因素对液化区发展的影响

Fig.4 Effect of factors on liquefaction region

度随边界上扰动幅值和频率的增加而加快 (图 4(e), 4(f)). 同时可以看到, 随着液化区厚度的增加, 液化区随时间的扩展速度越来越慢.

4.2 液化区最大厚度与各因素的关系

从前一节的结果知道, 液化区的扩展速度随着液化区厚度的增加而逐渐变慢, 直到为零. 也就是说, 砂土中的液化区存在一个最大值. 下面将给出液化区的最大厚度与各因素之间的关系.

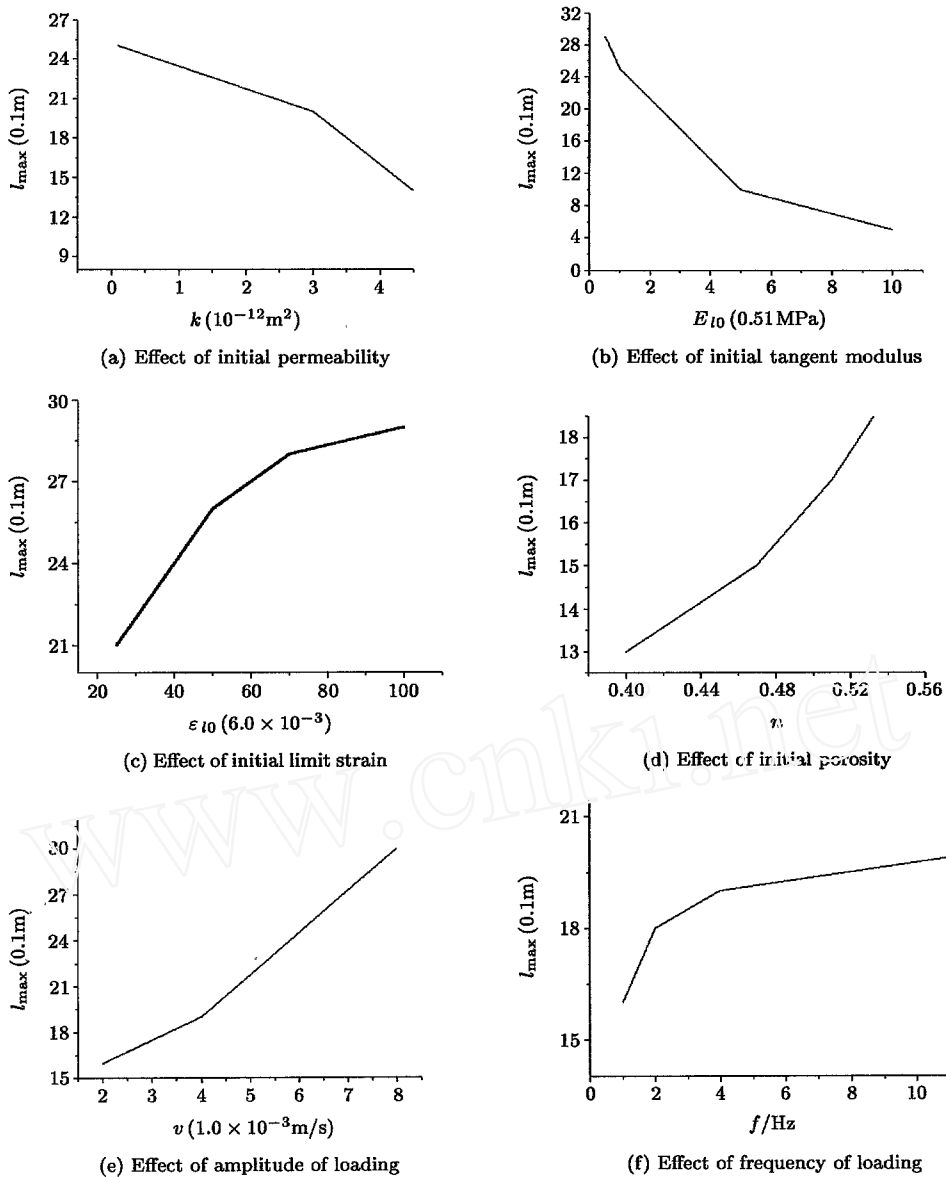


图 5 各因素对最大液化区的影响

Fig.5 Effect of Factors on Maximum Thickness of Liquefaction Region

模拟结果表明, 在外部扰动作用下, 砂土中液化区的最大厚度随着砂土渗透率的增大而减小 (图 5(a)); 随着砂土初始切线模量的减小而增大 (图 5(b)); 随着初始极限应变的增加而增大 (图 5(c)); 随着初始孔隙率的增加而增加 (图 5(d)); 随着边界上扰动速度的增大而增大 (图 5(e)); 随着外载频率的增加而增大, 但是随着频率增大, 液化区最大厚度的增加量越来越小, 直到不再增加 (图 5(f)).

4.3 对模拟结果的分析

由于砂土中存在阻尼和相间作用力, 砂土中的有效应力的变化幅值沿深度是逐渐衰减的。

液化最先发生于离外部扰动作用端较近处, 形成初始液化区, 然后逐渐向远处扩展. 随着液化区厚度的增加, 液化区的扩展速度就逐渐减小, 直到停止扩展, 这是因为在液化区内固相颗粒与水之间仍然有相间作用, 使外部扰动沿深度逐渐衰减^[11].

各参数对液化区扩展的影响, 与对砂土材料液化的影响类似. 砂土骨架的初始切线模量越小, 初始极限应变和初始孔隙率越大, 砂土的强度就越低, 结构越松, 在外载作用下越容易遭到破坏, 液化区的扩展速度就越快, 而且这种条件下, 骨架抵抗破坏的能力越弱, 外部扰动在砂土中的衰减就越慢, 液化区就能扩展得越远. 砂土的渗透性越小, 排水越困难, 对骨架变形的阻碍作用就越大, 或者说, 砂和水之间的相互作用越强, 这种条件下, 液化区的扩展也就越快. 在其他条件相同的情况下, 外载的强度越大, 即外载的幅值和频率越大, 骨架产生的压缩趋势就越强, 受到水的挤压作用也越强, 液化区的发展就越快, 而且在受到相同的阻力时, 扰动的影响能传播到更远的地方, 也就是说, 液化区的厚度更大.

5 结 语

上述结果可以概括为以下三点:

- 1) 将饱和砂土作为两相连续介质, 建立了饱和砂土在垂向荷载作用下的数学表述.
- 2) 主要参数对有效应力的影响有以下特点: 随着渗透系数减小, 或骨架强度降低, 或外部扰动强度增加, 有效应力下降的速度增加. 砂土液化是孔隙水和骨架相互作用的结果, 也是砂土强度逐渐丧失的过程.
- 3) 液化区的发展受各因素的影响明显. 总的来说, 渗透性越小、初始切线模量越小或极限应变越大, 初始孔隙率越大, 外部扰动越大, 则液化区扩展越快越远. 液化区的扩展速度随着液化区的不断增长而逐渐变慢, 直到停止.
- 4) 在垂向荷载作用下, 要防止饱和砂土液化, 就需要采取措施, 促使砂土密实, 并削弱外载的作用, 反之亦然.

参 考 文 献

- 1 Finn WDL. Liquefaction Potential: Developments Since 1976. Proc International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics, 1981, 2: 655~681
- 2 刘汉龙, 余湘娟. 土动力学与岩土地震工程研究进展. 河海大学学报, 1999, 27(1): 6~15 (Liu Hanlong, Yu Xiangjuan. Advance in soil dynamics and geotechnical earthquake engineering. *J Hohai University*, 1999, 27(1): 6~15 (in Chinese))
- 3 Biot MA. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I: Low frequency range, II: High frequency range. *J Acoust Soc Am*, 1956, 28: 168~191
- 4 李向维, 李相约. 饱水孔隙介质的耦合波动问题. 应用数学和力学, 1989, 10(4): 309~314 (Li Xiangwei, Li Xiangyue. Wave propagation with mass-coupling effect in fluid-saturated porous media. 1989, 10(4): 309~314 (in Chinese))
- 5 俞善炳. 恒稳推进的煤与瓦斯突出. 力学学报, 1988, 20(2): 97~106 (Yu Sanbing. Steady development of coal-gas outbursts. *Acta Mechanica Sinica*, 1988, 20(2): 97~106 (in Chinese))
- 6 黄文熙. 土的工程性质. 北京: 水利电力出版社, 1983, 86~87 (Huang Wenxi. The Engineering Properties of Soils. Beijing: Hydraulic & Electric Press, 1983, 86~87 (in Chinese))
- 7 Terzaghi K, Peck RB. Soil Mechanics in Engineering Practice. New York: John Wiley and Sons Inc, 1948, 56~73
- 8 Scott CR. Soil Mechanics and Foundations. London: Applied Science Publishers LTD, 1980. 96~104
- 9 鲁晓兵. 垂向荷载作用下饱和砂土的液化分析. [博士论文]. 北京: 中国科学院力学研究所, 1999. 12 (Lu Xiaobing. The liquefaction analysis of saturated sand under vertical vibration loading. [Ph D Thesis]. Beijing: Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, 1999. 12 (in Chinese))

- 10 钱家欢, 钱学德等. 动力固结的理论与实践. 岩土工程学报, 1986, 8(6): 1~17 (Qian Jiahuan, Qian Xuede et al. The theory and practice of dynamic consolidation. *Chinese J Geotech*, 1986, 8(6): 1~17 (in Chinese))
- 11 李学宁, 刘惠珊等. 液化层减震机理研究. 地震工程与工程振动, 1992, 12(3): 84~91 (Li Xuening, Liu Huishan et al. Study on the mechanism of vibration declining through a liquefaction layer. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 1992, 12(3): 84~91 (in Chinese))

NUMERICAL SIMULATION OF LIQUEFACTION OF SATURATED SAND UNDER VERTICAL VIBRATION LOADING ¹⁾

Lu Xiaobing Tan Qingming Yu Shanbing C. M. Zheng
(*Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China*)

Abstract From the sixties to nineties significant progress had been made in understanding the development of liquefaction of saturated sand under shear vibration loading, but few researchers paid attention to the responses to vertical vibration loading. Nevertheless, whether in earthquake or in blast conditions, vertical vibration has the same magnitude as shear vibration or is even larger. Therefore, this paper aims at analyzing the effect of vertical vibration loading on the development of liquefaction. One-dimensional dynamic model of saturated sand has been presented on the basis of two phase continuum theory and a constitutive relation between effective stress and strain under laterally constrained condition. In this model the skeleton is considered as a plastic material and the permeability is related to the porosity. Because the pressure is not so high that the compressibility of water and soil grains can be neglected under general vibration conditions.

Two important characteristics are studied, i.e., the development of material liquefaction and the expansion of liquefaction region. The numerical results show that vertical vibration considerably affects liquefaction of saturated sand. Liquefaction occurs locally near the end of loading and expands afterwards under vertical vibration. The expanding velocity of liquefaction region becomes smaller and smaller with the expansion of liquefaction region because of the irreversible dissipation. If the skeleton's compressibility is large, which means the tangent modulus is small and the limit strain is large, the development of liquefaction is fast; if the intensity of loading is large, which means the amplitude and the frequency of loading are large, the development of liquefaction is fast; and if the permeability is small, liquefaction develops fast.

These characteristics show that the effect of vertical vibration on the liquefaction of saturated sand can not be neglected in engineering design. In order to prevent liquefaction hazards caused by vertical vibration, it is necessary to make sand dense and weaken the intensity of loading. By comparing the results of ours with others, it is shown that our analysis is rational.

Key words vertical vibration loading, saturated sand, liquefaction, liquefaction region

Received 3 January 2000, revised 1 August 2001.

1) The project supported by the National Natural Science Foundation of China (19832010).