

## 结构动力模型修正方法研究进展\*

李辉<sup>†</sup> 丁桦

中国科学院力学研究所, 北京 100080

**摘要** 叙述了结构动力模型修正方法的一般原理及与其密切相关的模型缩聚和模态扩展方法, 并且挑选其中具有代表性的文献, 介绍和比较了3种主要的修正方法, 即传统的动力模型修正方法, 包括矩阵型修正方法和参数型修正方法, 和最近兴起的基于神经网络的模型修正方法, 重点分析了这些方法的优点和不足之处, 力图能使读者对于这一研究领域的发展有一个脉络清晰的了解. 最后, 就目前研究中尚未解决的问题作了一些探讨.

**关键词** 模型修正, 模型缩聚, 模态扩展, 特征灵敏度, 神经网络

### 1 引言

众所周知, 关于结构建模和分析的方法主要存在两种: 一是理论建模, 对于大型复杂模型, 目前主要通过有限元离散方法进行数值仿真, 二是试验建模, 即通过结构试验对模型动力特性进行辨识和修正.

有限元方法由于具有适应性广、分析速度快、设计周期短、和结构动力试验相比费用很低等优点, 在实际工程中得到了广泛应用. 然而, 在多数情况下通过有限元数值分析得到的结果与实验得到的结果并不能很好地吻合. 导致这一现象的原因是通过有限元离散化建立的模型与实际对象比较往往存在一定的误差. 当这些误差较大时, 将导致由有限元法所分析得到的结构模型动力特性与实际的测量结果相比有较大的出入, 甚至超出了工程实践中所要求的精度. 此种情况下需要借助实验结果分析和模型修正(model updating)技术对数值模型进行修正, 以达到正确预测结构行为的目的.

在大多数工程实践中, 结构模型修正的目的之一是尽量缩小理论模型与实际结构之间的误差, 因此有必要分析一下在理论建模过程中误差的来源. Mottershead 和 Friswell<sup>[1]</sup> 曾经总结了这些误差产生的原因和方式, 并将它们归为3类:

(1) 模型结构误差, 由影响模型控制方程的一些不确定因素引起, 通常与所选择的数学模型有关.

分析中的数学模型通常是对实际模型所作的一种简化, 略去了次要因素的影响. 例如将结构模型取为线性数学模型就忽略了非线性因素对实际结构的影响.

(2) 模型参数的误差, 如模型物理参数(密度、弹性模量、截面积等)因环境的变化和生产制作等原因存在误差, 边界条件和连接条件的简化、几何尺寸和本构关系不准确, 系统阻尼必须人为引入等等.

(3) 模型阶次的误差, 即有限元离散化所带来的误差. 实际的结构模型是连续的, 有无限个自由度, 而离散化的模型自由度数是有限的, 两者之间必然存在模型阶次的误差.

一般情况下, 进行模型修正前必须要先确定合理的数学模型. 否则, 一个完全脱离实际结构主要特征的数学模型无论如何修正, 也不能得到正确的结果. 合理的数学模型可以是线性的, 也可以是非线性的, 线性模型又可以分为时变和时不变模型, 这完全由实际结构的主要特性决定. 一般地, 在实际工程中大部分结构的动力特性都可用线性时不变模型来描述, 因而在模型修正中它的应用也最为广泛. 如果不作其它说明, 文中以下模型修正方法所用到的数学模型均指线性时不变模型. 其次, 即结构模型的有限元离散方案和有限元网格的疏密程度可根据需要进行选择, 使得第3项误差可以最大限度地缩小. 因而多数模型修正方法实际上归结为设法缩小第2项误差, 即各

收稿日期: 2003-12-24, 修回日期: 2005-01-25

\* 中国海洋石油总公司与中国科学院技术合作项目“海上平台优化设计与关键技术研究”(KJ CX23-SW-L03-01) 资助项目

<sup>†</sup> E-mail: lihui2400@163.com

种模型参数误差的所谓灰箱问题。当然,除了上述误差以外,模型修正中有时还必须考虑数据测量,特别是模态测量中的误差以及数值计算过程中的舍入误差。要解决此问题,一方面是设法提高测量的精度,另一方面是发展能有效滤除测量误差且稳定高效的修正算法。

## 2 模型修正的基本原理

### 2.1 传统的模型修正方法

所谓模型修正实际上属于反问题中的一种,即系统辨识问题。关于系统辨识问题, Astrom 和 Eykhoff<sup>[2]</sup> 曾经给出这样一个定义:所谓系统辨识,即是根据实际系统测试中的输入输出信息  $\mu$ , 在一组预先给定的系统参数集合  $\{S\}$  中找到合适的  $\phi \in \{S\}$ , 使之与实际系统等价。通过此定义可看出,系统辨识(模型修正)的关键在于如何给出系统等价的标准。通常,在传统的模型修正方法中,这个标准是通过定义一个标量误差函数(error function)来实现的,即

$$V = V(\mathbf{y}_A(\phi), \mathbf{y}_m) \quad (1)$$

其中,  $V$  代表误差函数,  $\mathbf{y}_A$  为原分析模型的输出(输入)或其他特征,  $\mathbf{y}_m$  为实际输出(输入)或其他特征。这里  $\mu, \{S\}, \mathbf{y}_A$  和  $V$  的选择没有一个统一的标准,在很大程度上取决于模型修正的目的和设计者对于结构模型的预先了解(priori knowledge)。此外,有时在模型修正过程中还要引入一些约束条件,如刚度和质量矩阵的正交性、对称性条件等等。这些约束可通过一定方式与误差函数一起构成目标泛函,表示如下:

$$J = V(\mathbf{y}_A(\phi), \mathbf{y}_m) + \sum_{i=1}^m \alpha_i M_i \quad (2)$$

其中,  $J$  代表目标泛函,  $M_i$  代表由第  $i$  个约束方程所产生的标量误差,  $\alpha_i$  表示权系数。构造目标泛函的途径可以有最小二乘法(least square method)、基于概率统计理论的最大似然法(maximum likelihood method)和贝叶斯法(Bayes' method)等等,其中最小二乘法的应用最为广泛。当目标泛函选定后,模型修正问题实际上归结为一个约束优化问题,即寻找合适的  $\phi \in \{S\}$ , 使得目标泛函  $J$  取极小值。求解的算法有矩阵摄动法、迭代法、直接法和最近兴起的遗传算法(genetic algorithm)和模拟退火法(simulated annealing)等等。

目前大部分传统模型修正方法均是基于上述原理进行的,所不同之处在于修正的侧重点不一样,对实测数据的处理不同,构造误差函数和目标泛函的途

径不同,以及求解算法的多样性。其他的修正方法还有基于状态控制反馈模型的修正方法和基于神经网络模型的修正方法等,这些方法有别于传统的模型修正技术,将在下文中详细介绍。

一般地,传统的模型修正技术按其修正对象可分为两类。一类以系统的总体矩阵或子结构的总体矩阵为修正对象,称为直接修正方法(direct method)或矩阵型修正方法;另一类以总体矩阵中的部分元素或者系统的设计参数如密度、弹性模量、截面积、惯性矩和约束等作为修正对象,称为间接修正方法(indirect method)或参数型修正方法(parametric method)。

### 2.2 模型缩聚和模态扩展

很多修正方法中都用到了实测模态,并且要求实测模态的自由度数与原分析模型的自由度数一致。对于大型结构而言,测点数、实测的固有频率和模态数均远小于由有限元法离散得到的模型自由度数,即使在测得的同一阶模态矢量中,数据也远不是完整的。最初的方法是将振型中未测量自由度的数据用原分析模态中相对应的数据来代替,这样做必须要保证原模型与实际模型相差不大,否则会导致很大的误差。解决此问题有两条途径:一是减缩原分析模型的自由度数,称为模型缩聚;二是设法扩充实测振型的自由度数,称为模态扩展。

所有的模型缩聚法都是近似法,并且缩聚的对象是原分析模型。典型的有 Guyan<sup>[3]</sup> 的静力缩聚法、O'Callahan<sup>[4]</sup> 的改进减缩系统法(improved reduced system, IRS)、Kammer<sup>[5]</sup> 的精确模态缩聚法(exact modal reduction, EMR)、张德文<sup>[6]</sup> 提出的改进 Guyan 递推减缩法和等效模态缩聚扩展法(system equivalent reduction expansion process, SEREP)<sup>[7]</sup> 等。Guyan 法的思想是将位移矢量分为主坐标(保留)和副坐标(舍弃)两部分,通过忽略副坐标上惯性力和根据缩减前后系统动、势能不变的原则对模型质量和刚度矩阵进行缩聚。Guyan 法本质上是一种静态缩聚,当所选择的副坐标上惯性力较大时, Guyan 法的精度就会降低。IRS 法对此作了改进,考虑了副坐标上惯性力并将 Guyan 法的结果作为一级近似解代入特征方程中,得到了精度更高的结果。改进 Guyan 递推减缩法采纳了 IRS 法的思想,将改进的 Guyan 缩聚结果代入特征方程得到一级缩聚解,然后将此结果再代入特征方程得到二级缩聚结果等等,如此反复,可得到任意级缩聚结果。事实证明这种方法精度较高。EMR 法与 SEREP 法相似,基本思想是将位移用原模型的  $k$  阶模态来线性表示,并将模态矩阵均划分为对应于主、副坐标的两个子矩阵,对主坐标子矩阵求广义逆消去副坐标位移,从而得到缩

聚模型. 由于这些方法存在模态截取误差, 因而只能保证在小于最高截取模态频率范围内缩聚结果的精度.

与模型缩聚法所不同的是, 模态扩展的对象是实测的各阶模态. 由于阻尼的存在 (一般为非比例阻尼), 实测的模态实际上是复模态, 而当前大多数模型修正法是基于实模态理论的, 所以在扩展前一般要进行实测模态的预处理, 即从复模态中提取主模态. 此外, 在模态扩展完成后, 还要进行相关性分析, 如模态匹配, 即判断一个测量模态与哪一个分析模态属于同一阶振型的问题, 可采用模态置信度准则<sup>[8]</sup>. 另外, 还有模态正交性分析等等. 模态扩展主要是通过插值技术来实现的, 比较有代表性的方法有 Berman<sup>[9]</sup> 和 Farhat 等<sup>[10]</sup> 的迭代插值法以及最优拟合法<sup>[11]</sup> 等. 此外, 一些模型缩聚方法也可以反过来用于模态扩展. 迭代法的思想是将质量、刚度矩阵按已测量自由度和未测自由度划分为 4 个子块, 根据特征方程得到一次扩展后的模态, 然后进行模型修正得到新的质量、刚度矩阵. 反复重复上述步骤, 得到多次扩展后的模态和多次修正的质量、刚度矩阵, 将相邻两次扩展后的模态进行比较, 满足一定准则后迭代停止. 最优拟合法是将拟合后的模态矩阵用分析模态矩阵线性表示, 由此构造误差和目标泛函, 通过极小化目标泛函得到拟合的模态矩阵. 其它方法可参考相关文献<sup>[12~14]</sup>.

### 3 常用模型修正方法介绍

#### 3.1 矩阵型修正方法

矩阵型修正法中发展较早的是参考基准法 (reference basis method), 此法通常假定结构系统中的质量、刚度、实测模态矩阵三者中有一项是不变参数, 然后修正其余两项. 修正方法是利用最小二乘原理构造目标函数, 通过 Lagrange 乘子法加入一定约束条件, 来实现对参数矩阵的摄动. Baruch<sup>[15]</sup> 将质量矩阵设为不变参数, 利用前  $m$  阶实测固有频率和模态两次构建目标函数分别使得理论模态与测量模态之差的质量加权模最小以及修正后刚度矩阵与原刚度矩阵之差的质量加权模最小, 先求出修正后的正交的模态, 再求出修正后的刚度矩阵. 但此法需要完整的各阶模态, 且需要对大型矩阵求逆; 另外, 修正后的刚度矩阵也改变了原模型连接信息. Berman<sup>[9]</sup> 利用此方法通过已经测得的前几阶固有频率和与之相对应的不完整的模态, 利用系统特征方程的约束条件和原模型的质量、质量矩阵先进行模态扩展, 并第一次构建如下目标函数

$$J_M = \|M_A^{-1/2}(M - M_A)M_A^{-1/2}\| + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \lambda_{ij}(\Phi^T M \Phi - I)_{ij} \quad (3)$$

其中  $M_A$  为修正前的质量矩阵,  $\lambda_{ij}$  为 Lagrange 乘子,  $m$  为实测模态数. 通过优化  $J_M$  即求得修正后的质量矩阵

$$M = M_A + M_A \Phi m_A^{-1} (I - m_A) m_A^{-1} \Phi^T M_A \quad (4)$$

其中  $m_A = \Phi^T M_A \Phi$ . 再通过使修正后的质量阵满足正交性条件, 刚度、质量阵满足对称性条件第二次构建如下目标函数

$$J_K = \|M_A^{-1/2}(K - K_A)M_A^{-1/2}\| + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^m \lambda_{Kij}(K \Phi - M \Phi \Phi)_{ij} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \lambda_{oij}(\Phi^T K \Phi - \Lambda)_{ij} + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^i \lambda_{Sij}(K - K^T)_{ij} \quad (5)$$

其中  $p$  为模型自由度阶数. 通过优化  $J_K$  即求得修正后的刚度矩阵

$$K = K_A + (\Delta + \Delta^T) \\ \Delta = \frac{1}{2} M \Phi (\Phi^T K_A \Phi + \Lambda) \Phi^T M - K \Phi^T \Phi M$$

Berman 方法的优点是只需要对原广义质量阵求逆, 其他部分仅涉及简单的矩阵加乘运算, 不需要迭代和重复分析特征值, 适合自由度数高的结构系统, 缺点是由此法得到的质量和刚度阵不仅改变了原矩阵的带状和稀疏性, 而且物理意义不明确, 有时主对角元会出现虚元和负刚度或负质量. 为避免上述缺陷, Kabe<sup>[16]</sup> 考虑了各单元的实际连接情况和刚度矩阵的稀疏性, 并将修正后的刚度矩阵表示如下

$$K = K_A \otimes \gamma \Leftrightarrow K_{ij} = K_{A_{ij}} \gamma_{ij} \quad (6)$$

其中,  $\gamma$  为待求的修正系数矩阵,  $\otimes$  表示矩阵相应元素间乘积的算子. 他引入表示原模型连接信息的矩阵  $I$ , 并将修正误差取为修正前后刚度矩阵误差的 Frobenius 模, 即

$$\varepsilon = \|I - I \otimes \gamma\|_F^2, \quad I_{ij} = \begin{cases} 0, & K_{A_{ij}} = 0 \\ 1, & K_{A_{ij}} \neq 0 \end{cases} \quad (7)$$

再引入动力平衡方程、刚度矩阵的对称性和质量阵的正交性等约束条件, 利用 Lagrange 乘子构造目标函

数如下

$$L = \varepsilon + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \lambda_{ij} \left\{ \left( \sum_{l=1}^n K_{A,il} \gamma_{il} \phi_{lj} \right) - E \right\} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m u_{ij} (\gamma_{ij} - \gamma_{ji}) \quad (8)$$

其中  $E$  代表动力平衡方程中与质量矩阵有关的项, 通过优化目标函数  $L$  来得到修正的刚度矩阵  $K$ . 但此法在求解 Lagrange 乘子时, 需要重新组合一个相当于原模型自由度与实测模态数之积倍维数的方阵, 并需分析其特征值, 因而需要的内存容量大, 计算时间很长, 这使得其应用被限制于较少自由度的系统. 此外, 由于测量误差等原因, 为完全满足质量阵正交性条件, 所测得的模态和质量矩阵需要预先根据经验人为加以修改, 这也限制了它的适应性. Smith<sup>[17]</sup> 通过类似的途径构造了目标函数和约束条件, 为避免求解时所要求的大存储量, 他改进了 Kabe 的算法, 使计算时的内存容量不大于原模型刚度矩阵的容量, 而且计算耗时也大大减少了. 但上述方法均需要完整的模态集, 此外 Kabe 和 Smith 的方法都限于仅对刚度矩阵修正的特殊情况.

参考基准法由于通常需要选择一个基准参数作为修正过程中的不变量, 不同的基准将导致不同的修正结果, 因而引发了选择何种参数作为修正基准才会尽可能地减少修正后误差并保证模型合理性的问题. Janter<sup>[18]</sup> 考察了模型修正结果的唯一性, 并给出了判别两个模型在一定频率范围内等价的标准:

- (1) 模型的 (复) 特征频率必须相等;
- (2) (复) 模态一致;
- (3) 在相同模态下的模态质量应相等.

基于此标准他证明了如果只满足条件 (1) 和条件 (2), 单独修正质量矩阵的效果与单独修正刚度矩阵的效果是一致的. 这实际上表明, 在模型修正中如果仅做到让修正后的模型特征值和特征向量满足测量结果, 则修正的结果可能不是唯一的. Janter 的研究还表明, 在模型修正中质量矩阵中任意元素的变动必将导致刚度矩阵中相应元素的变动, 反之亦然. 这样, 由于各种各样的误差对矩阵元素的干扰, 必然导致修正后的质量、刚度矩阵不可能严格满足原来的对称性以及原有的连接信息.

传统的参考基准法与其他方法相比一个主要优点在于它一般采用直接求解的方法, 计算效率很高, 非常适合大型超高自由度结构的模型修正. 它的最大缺点是修正后的模型刚度和质量矩阵物理意义不明确, 丧失了原来的对称性和稀疏性. 虽然其中有些算

法为满足其中的某项特性, 如对称性和稀疏性, 进行了改进, 但这种改进是以计算成本和存储容量的迅速提高为代价的. Roy 等<sup>[19]</sup> 曾经总结了各种矩阵修正法的优缺点, 提出了三条标准来评价各种修正法的优劣:

- (1) 修正后的有限元模型的物理意义;
- (2) 修正后元素与矩阵以及质量阵与刚度阵之间的关联性;
- (3) 修正后的真实性.

尽管此标准不够全面且过于偏重模型的物理真实性, 但从这一方面也可看出, 传统的参考基准法是有不少缺点的. 后来发展的参数型修正法物理意义明确, 修正后多能保证原模型的连接信息, 但计算时大多需要采用间接法, 如迭代法, 计算效率较低, 且应用到大型结构时因修正变量的迅速增加而有一定困难. 因此, 近年来, Kenigsbuch R 和 Halevi Y<sup>[20]</sup>、Halevi Y 和 Bucher I<sup>[21]</sup> 等尝试将两种方法的优点结合起来, 提出了多重修正的广义加权参考基准法. Halevi 和 Bucher 根据此方法研究了仅修正模型刚度矩阵的情况并引入了连接信息亏损 (the cost of connectivity) 函数. 他们认为合理的修正模型既能满足试验的结果同时又能较好地保持原模型的连接信息, 即使得亏损函数最小. 为此, 他们将修正过程分为两步, 第一步按照传统的参考基准法得到一个无约束条件的修正后的刚度矩阵  $K$

$$K = K_A - (K_A \Phi - M \Phi \Phi) R^T - R(K_A \Phi - M \Phi \Phi)^T + R(\Phi^T K_A \Phi - A) R^T \quad (9)$$

其中  $R = W \Phi (\Phi^T W \Phi)^{-1}$ ,  $A$  为特征值矩阵,  $W$  为权系数矩阵, 根据模型特征值方程的残差矩阵来选取. 这样得到的  $K$  使修正后的模型特性能较好地与实验值吻合, 但失去了原模型各单元的连接信息. 因此第二步就是寻找新的修正矩阵  $K_{con}$ , 使得它既能保持原来的连接信息又能在 Frobenius 模意义上逼近于  $K$ . 类似于参数型修正法, 第二步以原模型刚度矩阵  $K_A$  为基础, 选取一定的物理参数  $\alpha$  作为摄动量进行线性展开, 从而得到新的修正矩阵  $K_{con}$ . 确定摄动量的原则是满足下列关系

$$\min_{\alpha} (J) = \|K_{con} - K\|_F^2 = \left\| \sum_{i=1}^p \alpha_i \frac{\partial K_A}{\partial \alpha_i} - (K - K_A) \right\|_F^2 \quad (10)$$

不断调整步骤 1 中权系数的取值并重复上述步骤使得到的  $K_{con}$  满足连接信息亏损亦取最小, 即为最后

的修正结果.

$$\min(J_{\text{con}}) = \|\mathbf{K} - \mathbf{K}_{\text{con}}\|_F / \|\mathbf{K}_{\text{con}}\|_F \quad (11)$$

模型修正中所面临的一个主要问题是测量数据受条件限制一般是不完整的. 为解决此类问题, 一种方法是如上文所述, 通过模态扩展或模态凝聚来达到使模态完整的目的; 另一种克服此问题的方法是避免使用完整模态, 为此 Minas 和 Inman<sup>[22]</sup>, Zimmerman 和 Widengren<sup>[23]</sup> 等利用现代系统控制 - 反馈理论发展了一种新的方法: 本征结构分配方法 (eigenstructure assignment technique). 此方法借用经典自动控制的闭环反馈控制技术, 把局部修改看作反馈回路来研究它对原系统的影响. 在本征结构分配方法中,  $n$  维带有反馈控制结构动力模型可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{w}} + \mathbf{D}_A\dot{\mathbf{w}} + \mathbf{K}_A\mathbf{w} &= \mathbf{B}_0\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}_0\mathbf{w} + \mathbf{C}_1\dot{\mathbf{w}} \\ \mathbf{u} &= \mathbf{F}\mathbf{y} \end{aligned} \quad (12)$$

其中  $\mathbf{B}_0$  为  $n \times m$  维输入影响矩阵,  $\mathbf{y}$  为  $r \times 1$  维实测的输出状态反馈矢量, 是通过位移和速度状态矢量来表示的,  $\mathbf{C}_0$  和  $\mathbf{C}_1$  为  $r \times n$  维输出影响矩阵,  $\mathbf{F}$  为  $m \times r$  维反馈增益矩阵.

如果上述系统是可控制的和可观测的 (controllable and observable), 则问题归结为求解反馈增益矩阵, 使得闭环系统中固有频率和模态与实测值吻合, 而高阶频率和模态依旧保持原值不变. 修正过程中一般假定质量矩阵保持不变. 修正后的阻尼矩阵和刚度矩阵可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \mathbf{D}_A - \mathbf{B}_0\mathbf{F}\mathbf{C}_1 \\ \mathbf{K} &= \mathbf{K}_A - \mathbf{B}_0\mathbf{F}\mathbf{C}_0 \end{aligned} \quad (13)$$

此法不要求测得的模态必须完整, 而且首次考虑了对阻尼矩阵的修正. 此法的缺点在于修正后的参数矩阵有可能丧失原来的对称性以及原模型各单元的连接信息.

### 3.2 参数型修正法

参数型修正法的基本思路与结构优化理论相类似, 通过构造理论模型与实际模型之间在同一激励下的动力特性的误差 (目标函数), 然后选择一定的修正量使该误差满足最小化来达到修正的目的. 修正参量可以在质量、刚度或阻尼矩阵中选取, 而不必象矩阵型修正法那样需设定一参数矩阵为不变量. 但由于所构造的目标函数往往是非线性的, 使得多数情况下对目标函数的优化采用迭代算法. 在这些方法中, 通过特征灵敏度分析来修正模型参数的做法应用最为

广泛. Fox 和 Kapoor<sup>[24]</sup> 利用正交性条件, 通过对模型特征方程求导, 首次推导了线性结构特征值和特征矢量关于设计参数的一阶灵敏度计算公式

$$\begin{aligned} \frac{\partial \lambda_i}{\partial \theta_j} &= \phi_i^T \left( \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \theta_j} - \lambda_i \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \theta_j} \right) \phi_i \\ \frac{\partial \phi_i}{\partial \theta_j} &= \sum_{l=1}^n \alpha_{ijl} \phi_l \end{aligned}$$

其中

$$\alpha_{ijl} = \begin{cases} \frac{\phi_l^T \left[ \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \theta_j} - \lambda_i \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \theta_j} \right] \phi_i}{\lambda_i - \lambda_l}, & i \neq l \\ -\frac{1}{2} \phi_i^T \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial \theta_j} \phi_i, & i = l \end{cases} \quad (14)$$

$\theta_j$  为模型第  $j$  个设计参数,  $\lambda_i$  为模型第  $i$  个特征值. 随后 Rogers<sup>[25]</sup>, Garg<sup>[26]</sup> 则对 Fox 的工作作了进一步的完善, 从而推动了基于模态参数一阶灵敏度修正方法的发展.

鉴于 Fox 等所给出的关于特征矢量的一阶灵敏度公式比较繁琐, 随后 Nelson<sup>[27]</sup>, Lim 和 Junkins<sup>[28]</sup>, Ojalvo<sup>[29]</sup>, Sutter 和 Camarda<sup>[30]</sup> 等分别从差分 and 数值计算的角度简化了特征矢量的一阶灵敏度计算公式, 提供了从特征灵敏度分析的角度来进行模型修正的方法. Smith 和 Hutton<sup>[31]</sup> 在构建的目标函数中包括两项, 即模型修正量的平方和以及模型特征值灵敏度的一阶泰勒展开式与实测值之间残差矢量的加权平方和, 通过优化目标函数来求得修正量. 求解时采用了牛顿迭代法, 并在每一步迭代完成后对特征矢量进行修正, 并将修正后的特征矢量应用到下一步的迭代中. Zhang 和 Chang<sup>[32]</sup> 等也运用类似方法对一缩小的桥梁振动模型进行了修正. 实践证明此法收敛快, 适合于修正量较小的情况, 但迭代开始前需要一个合理的修正量初始值, 否则不能保证收敛. Farhat 和 Hemez<sup>[10]</sup> 提出了逐个在单元子结构范围内进行模型修正的方法. 此法选择各单元中的物理参数和各实测模态中未测量的自由度作为修正量, 通过构造单元模态动力残差, 使残差矢量模最小来建立目标函数. 迭代时分两步, 先将目标函数对未测自由度求导, 求得扩展后的模态, 然后代入第二步迭代中, 对各参数求导, 得到修正后的参数, 再循环进行下一步迭代.

参数型修正法所面临的一个主要问题在于与实测的模型固有频率相比, 实测的振型精度往往较差. 在构建目标函数时, 如果引入振型按照一阶灵敏度的展开式, 则会给修正的结果带来较大的误差. 如果避免引入实测振型, 则由于求解时独立的方程个数少于修正参数, 使得解可能不唯一. 为解决此问题, Smith

和 Zhang 等<sup>[30,31]</sup> 采用后者做法, 但引入了约束条件使模型修正参数矢量的 Euclidean 模满足最小来解决不唯一的问题, 但为数众多的修正量仍可能使得计算成本很高, 收敛缓慢甚至不收敛. 针对这一问题, Farhat 和 Hemez<sup>[32]</sup> 建议采用误差定位方法来选择修正参数. 他们在每一迭代步完成后计算比较单元内各修正参数所对应的模态动力残差, 仅取残差大于规定阈值的参数作为下一步迭代的修正量. Kuo 和 Wada<sup>[33]</sup> 建议可以改变模型的边界约束条件, 在每一种不同约束中分别测得一定模态数, 直至模态数与约束种数之积大于可修正参数个数. 此法由于涉及修改边界条件, 显然对于大型足尺模型结构并不现实. D'Ambrogio W 和 Fregolent A<sup>[34]</sup> 则采用前者做法, 但建议用实测反谐振 (antiresonance) 频率来代替实测振型, 并推导了反谐振频率关于设计参数的灵敏度计算公式. 从理论上讲, 频响矩阵与模型动刚度矩阵的关系可表示为

$$H(\omega) = (K - \omega^2 M)^{-1} = \frac{\text{adj}(K - \omega^2 M)}{\det(K - \omega^2 M)} \quad (15)$$

其中 adj 代表伴随矩阵算子. 反谐振频率代表的是模型频响矩阵函数中任意一元素  $H_{lm}(\omega)$  的零点, 它可以表示为以下方程的解  $\lambda$

$$\det(K^{l,m} - \lambda M^{l,m}) = 0 \quad (16)$$

其中,  $K^{l,m}$ ,  $M^{l,m}$  代表去掉第  $l$  行  $m$  列后得到的矩阵. 实测的反谐振频率可以通过寻找实测频响函数的幅值-频率曲线的凹点 (dip) 得到, 同时所对应的相位曲线中应有  $180^\circ$  的相差. 引入反谐振频率的最大好处是它的测量精度要远高于振型, 从而大大减少了引入振型可能带来的误差, 同时也是比较、评价修正后模型的合理性的一个重要依据. 缺点是反谐振频率的理论计算和实验测量都比较繁琐, 灵敏度的计算由于涉及非自伴系统而比较复杂. 此外反谐振频率对模态的改变比较敏感, 因而对测点的布置要求较高.

大多数基于模型特征灵敏度的修正方法一般采用迭代法来求解模型修正参数. 当修正参数的实际改变量很小时, 在迭代方程组中采用模型特征关于修正变量的 Taylor 一阶线性近似展开式是足够精确的, 多数情况可以保证解的收敛. 但随着修正参数可能变动范围的扩大, 在 Taylor 展开式中由模型的高阶灵敏度导致的偏差越来越大, 从而使解收敛的可能性逐渐降低以至于不收敛. 此种情况下, 作为解决方法之一是改进迭代算法, 另一种办法是在展开式中将模型高阶特征灵敏度包括在内. Kuo 和 Wada<sup>[33]</sup> 选择第二种方法并推导了关于模型特征值和特征矢量的高阶非线性灵敏度的展开式, 并将其分别应用到

一两端简支和一端悬臂空间梁模型的修正中. 研究表明, 即使在实测特征值与原模型特征值相差 5% 以内情况下, 灵敏度展开式中非线性项与线性项相比仍然不可忽略, 并且在迭代算法中考虑非线性项的算法收敛很快. 而在简支梁模型中, 不考虑非线性项甚至将导致解的不收敛或收敛到错误值. Peng Z 和 Song J<sup>[35]</sup> 则推导了模型特征值和特征矢量关于任意参数的高阶灵敏度的表达式. 目前尚没有文献指出基于一阶特征灵敏度的修正算法所适合的关于修正参数变动范围的上下限.

由于基于特征灵敏度分析的修正方法需要测量模型的固有频率和振型, 当模型相邻模态非常接近时, 这种方法往往会遇到测量上的困难. 为克服此困难, 不少人试图绕过测量模态数据, 而直接利用实测频响函数 (frequency response function, FRF) 来进行模型修正, 从而得到频响函数修正方法 (response function method, RFM). Lin 和 Ewins<sup>[36]</sup> 通过构造实测 FRF 与原模型 FRF 之间的误差并使其最小化来修正模型的单元刚度和质量矩阵, Visser 和 Imregun<sup>[37]</sup> 则对这种方法作了进一步研究, Imregun 等人<sup>[38,39]</sup> 对此进行了系统的理论推导, 根据 FRF 与模型动刚度矩阵的关系, 可得到如下表达式

$$\alpha_A(\omega)\Delta Z(\omega)\alpha_X(\omega) = \alpha_A(\omega) - \alpha_X(\omega) = \Delta\alpha(\omega) \quad (17)$$

其中  $\alpha_A$  为实测 FRF 矩阵,  $\alpha_X$  为理论 FRF 矩阵,  $\omega$  为激励频率,  $\Delta Z = (\Delta K - \omega^2 \Delta M)$  为实测动刚度与理论动刚度之差, 是待求量. 从中拿出  $\alpha_X$  中任意一列  $\alpha_{Xj}$ , 并将  $\Delta Z$  根据设计参数  $p$  展开, 得到扩充的超静定方程

$$G(\omega)_{(N \times N_f) \times N_u} p_{N_u \times 1} = \Delta\alpha(\omega)_{(N \times N_f) \times 1} \quad (18)$$

其中,  $N$  为模型自由度数,  $N_f$  为实测频率点数,  $N_u$  为设计参数个数. 通过求解此方程, 得到设计参数修正量  $p$ .

RFM 不需要进行模态分析, 因而避免了由此引起的误差, 尤其适合于模型模态分布相近且密集的情况, 同时通过选择不同的测点所得到的 FRF 可以很方便地对修正结果进行校核. RFM 的缺点在于需要完整的频响函数值, 因此修正前实测的频响函数必须进行扩展或者将模型进行缩聚. 另外, 测量结构的频响函数必须要对结构施加可控激励, 这对于一些大型足尺结构模型是很难做到的. Modak, Kundra 和 Nakra<sup>[40]</sup> 曾通过计算机仿真模型比较了基于模型特征灵敏度的修正法 (inverse eigensensitivity method, IESM) 与 RFM 的优劣. 他们发现相对而言, RFM

由于算法收敛性的影响对于测点的布置和个数要求更严些, 而 IESM 对于测量数据的不足则更为敏感. 当测量数据较少时, IESM 需要先进行误差定位以缩小对修正参数的选择范围, 否则参数太多会导致解的发散. 在修正频率范围较宽、参与修正的模态数较多的情况下, 两者均能得到满意的收敛结果, 但 IESM 修正的精度高于 RFM; 当参与修正的模态数逐步减少时, 运用 RFM 仍能保证解的收敛性, 而 IESM 可能得不到收敛的解.

由于参数型修正方法实际上可归结为一个目标函数优化问题, 因此优化算法的选择就显得十分重要. 由于在模型修正中构建的目标函数通常都具有高度非线性和多个局部极值点的特点, 这使得传统的优化搜索方法如梯度法和牛顿迭代法很难找到全局最优解, 而遗传算法 (genetic algorithm, GA) 和模拟退火法 (simulated annealing, SA) 在这方面却具有极大的优势, 目前已成为参数型修正方法中的一个亮点. 遗传算法是一种模拟生物进化过程的自适应概率性优化搜索算法, 它放弃了传统优化方法的单点搜索, 而是采用同时对多个点进行追踪的办法, 使其最大限度地搜索到目标函数的全局极值点. 而模拟退火法则是一种模拟自然界物质在逐步冷却过程中总是保持最低能量状态的法则并采用 Metropolis 算法来进行函数优化的方法. 这两种方法都具有很强的鲁棒性 (robustness). Mares 和 Surace<sup>[41]</sup> 曾利用实测的结构固有频率和振型构建模态力残值误差, 通过 GA 算法优化此误差函数来调整结构参数, 取得了比较好的结果. 他们的工作还表明 GA 算法具有较强的抗噪声能力. Friswell 等<sup>[42]</sup> 利用特征灵敏度与 GA 相结合的方法来识别结构的损伤部位和损伤程度, 并对一端固支其边缘具有交错裂隙的钢板进行了损伤检测, 由此结果验证了该方法的有效性. 此外, Zimmerman 和 Yap<sup>[43]</sup>, Chou 和 Ghaboussi<sup>[44]</sup>, Ananda Rao 等<sup>[45]</sup> 和 Au 等<sup>[46]</sup> 也研究了 GA 算法在模型修正和损伤检测中的应用效果, 对该算法的应用前景给予了较高的评价. Levin 和 Lieven<sup>[47]</sup> 分别独立地使用了这两种算法对同一模型进行了修正, 并将二者修正的结果进行了比较. 对于 SA 算法他们使用基于标准冷却计划 (standard cooling schedule) 以及参数调整采用线性调节 (line adjustment) 和固定半径调节 (fixed radius adjustment) 相结合的混合模拟退火法 (blended simulated annealing, BSA). 通过分别对十单元的无阻尼二维悬臂梁结构和一平板型机翼结构进行模型修正, 他们发现采用 BSA 进行修正得到的结果均要好于采用 GA 修正的结果, GA 算法要取得同样的效果则必须对结构的有限元网格进行加密, 而这将大大增加计算时间. 此外, 他们还研究

了修正参数的个数对于修正结果的影响. 过多的参数可能会使得优化后的结果与实验值十分吻合, 但修正后的参数却失去物理上的真实性, 而太少的参数有可能无法找到与实验相吻合的结果.

### 3.3 基于神经网络的模型修正方法

神经网络 (artificial neural network, 简称神经网络或 ANN) 是在物理机制上模拟人脑信息处理机制的信息系统, 它不但具有处理数值数据的一般计算能力, 而且还具有处理知识的思维、学习、记忆能力. ANN 由大量相互连接的简单神经处理单元组成, 它可以不依赖于模型, 只需通过对输入输出数据的学习, 即可将输入输出的映射关系以神经元间连接强度 (权值) 的方式存储下来, 而且即使在有噪声的工作环境下 ANN 也能够有效滤除噪声并得出正确结论, 因而具有很强的非线性映射能力、容错能力和鲁棒性优势, 这使得它在模型修正领域逐渐显示了强大的应用潜力, 而传统的模型修正方法正是在这些方面存在难以克服的缺陷从而使得它的应用受到一定的限制. ANN 对输入信息的处理通常要经历学习和计算两个过程, 学习过程需要大量的样本, 即“正演”过程所得到的结果, 而计算过程则是利用该结果进行非线性插值, 因此 ANN 具有将反问题正问题化的功能, 特别适用于反问题的求解. 虽然 ANN 的学习过程是一个慢过程, 但其计算过程十分迅速, 因此它很适合用于实时在线的模型修正问题. 用 ANN 方法进行模型修正的另一优点在于, 学习过程中的大量训练和测试样本均可以事先通过利用已有的数值模型进行数值模拟来得到, 尽管建立该数值模型的参数还需要修正.

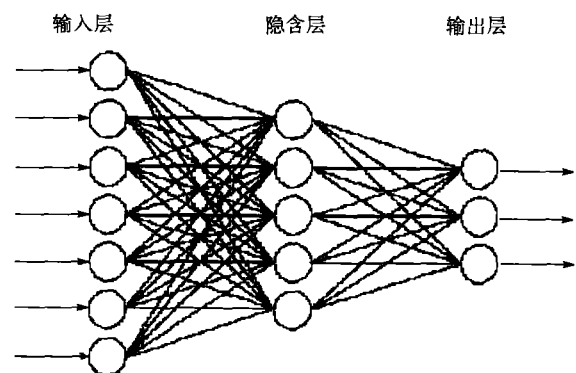


图 1 典型的三层前馈型神经网络

在实际工程中, 利用 ANN 方法进行模型修正的过程往往与结构模型参数识别和结构模型损伤检测等反问题紧密相关, 其主要步骤均为

(1) 选择输入的参数和输出的参数 (需要修正的参数), 根据这些参数来设计神经网络模型, 包括神经



网络的类型、层数和拓扑结构、输入层和输出层神经元个数、隐含层神经元的个数;

(2) 由结构模态正分析获得网络的学习样本和测试样本, 包括确定它们各自的数目;

(3) 将学习样本送入网络进行训练, 建立输入参数和修正参数间的映射关系;

(4) 将测试样本和其它样本输入网络中进行测试和推广;

(5) 最后将实际测量的响应数据输入网络得到输出的修正参数或需要识别的损伤信息.

在模型修正中比较常用的神经网络类型主要为前馈型 (feedforward) 网络, 如图 1 所示, 有多层感知器 (MLP) 网络、BP (back-propagation) 神经网络和径向基函数 (rbf) 神经网络等等. MLP 为最初出现的神经网络类型之一, Pandey 和 Baral<sup>[48]</sup> 曾使用了 MLP 网络和误差反向传播学习算法对一模拟的桁架式桥梁进行了损伤识别, 并比较了不同隐含层数对识别结果的影响. 但这种网络隐含层所需要的神经元数目很多, 而且对需要进行网络训练的样本数目要求很高, 因而目前应用较少. 例如 Pandey 所设计的隐含层每层神经元数高达 21 个, 而输入参数只有 5 个, 这使得训练时间和工作量都大大增加了. BP 网络因为结构简单, 算法容易实现, 应用最为广泛<sup>[49~56]</sup>. BP 网络的缺点是学习算法收敛速度慢, 训练时间较长, 容易陷入局部最优解. 与 BP 网络相比, RBF 网络隐含层神经元的激活函数是局部性的, 学习速度比较快, 但所需训练样本要多一些. Atalla<sup>[57]</sup> 和 Levin 等<sup>[58,59]</sup> 都曾利用此类神经网络分别对一柔性框架结构和二维悬臂梁结构进行了模型修正, 输入参数为实测的结构频响函数, 结果表明 RBF 网络修正的精度相当好, 而且还可以用于非线性系统的模型修正. 除此之外, 也有人尝试将迭代神经网络、对偶传播神经网络、概率神经网络和模糊神经网络用于结构模型的修正和损伤识别过程中, 并取得一些比较理想的效果. 但由于这些网络拓扑结构比较复杂或因学习速度比较慢, 目前应用还比较少, 感兴趣的读者可查阅相关文献资料<sup>[60~65]</sup>.

在利用 ANN 进行模型修正的过程中, 输入参数和输出参数的选择对于 ANN 的学习时间和网络泛化 (generalization) 能力影响巨大. 输入、输出参数的个数会影响到网络隐含层神经元的数量, 从而影响网络的复杂性. 一般地, 输入数据应尽可能地选择那些对修正参数的变化十分敏感的参数, 而且各输入参数尽量做到相对独立. 这样, 可以做到以尽量少的样本数包含尽可能多的信息, 便于缩短神经网络的学习训练时间. Wu<sup>[52]</sup> 采用的输入参数为结构实时响应的傅里叶频谱, 并将其等分为 200 个谱点, 分别对

应于 BP 网络的每一个输入神经元. 这样构建的网络比较复杂, 输入参数所含的冗余信息较多, 从而导致损伤识别的效果不理想. Atalla 和 Iman<sup>[57]</sup> 仔细分析了上述做法的不合理之处, 并将各频段的数据进行了分类, 认为在结构固有频率附近数据值较大, 可信度高, 其余频段数据在噪声影响下可信度低. 基于这样的思想, 他们将实测的结构频响函数在可信度高的频段分别进行积分, 以各频段的积分值作为输入参数, 既大大减少了输入层神经元的个数, 又保留了原数据中所包含的信息. Lu 等<sup>[51]</sup> 在他们的工作中同样也采用了此类的思想. Tsoi 和 Shen<sup>[52]</sup> 运用固有频率的变化和动力残余矢量的变化作为 BP 网络的输入来进行损伤检测, 分别用 3 自由度和 8 自由度的弹簧-质量系统验证了这种方法的有效性. Yun 等<sup>[53]</sup> 认为造成理论模型与实际模型之间误差的影响因素十分复杂, 他们将整体结构分解为各子结构, 并将各种影响因素折算为各子结构的子矩阵放大系数 (submatrix scaling factors) 通过调整 SSF 来实现对模型的修正. 因此, 他们选择各子结构的 SSF 作为输出参数, 输入数据为结构的前 4 阶固有频率和相应的非完备的振型数据, 通过 4 层 BP 网络对模拟的两层桁架和多层框架进行了修正, 结果表明此方法有较强的抗噪声能力. Xu 等<sup>[54]</sup> 则采用与上述文献完全不同的做法, 他们在修正一 5 层剪切型框架时, 将整个模型修正过程分为两步, 即先识别结构模型的阶次和拓扑形式, 再在此基础上修正模型的参数. 为此他们构建两个拓扑结构完全相同的 BP 网络, 对于第 1 个网络采用时域中第  $k$  个时间步的结构位移和速度响应作为 BP 网络的输入参数, 第  $k+1$  个时间步的结构位移和速度响应作为输出参数, 输入和输出参数均通过对数值模型进行数值模拟得到. 网络训练完成后, 比较由数值模拟得到的位移、速度响应和由网络输出得到的结构位移、速度响应, 将二者之差的均方根值作为输入参数输入到第 2 个 BP 网络中, 以相应的数值模型的结构参数作为输出参数, 逐步改变结构参数并生成训练和测试样本来训练第 2 个 BP 网络. 网络训练完成后, 最后比较实测的结构位移、速度响应与由第 1 个网络输出的结构位移、速度响应, 将二者之差的均方根值作为输入参数输入到第 2 个 BP 网络中, 从而得到修正后的结构参数值. 这样做的好处是在生成训练样本时不需要进行多次费时的结构特征值问题求解和结构优化过程, 输入数据可直接通过数值模拟和实测得到, 不需要进一步的处理, 缺点是需要训练两个 BP 网络, 训练工作量增加了一倍. 王柏生等<sup>[55]</sup> 研究了模型参数误差对用神经网络进行结构损伤识别的影响, 并指出如果输入参数选择合适, 10% 以内的参数误差不会对识别的结



果有较大的影响。

虽然基于人工神经网络的模型修正技术同传统的模型修正技术相比有着巨大的应用潜力,但也还存在一些问题,如网络模型的选取、隐含神经元的确定及初始权值仅凭经验而缺乏足够的理论指导。由于输入参数的类型和变动范围均有可能存在很大差距,对于网络的训练和测试样本必须要进行多步的、复杂的预处理,如输入参数的归一化、样本集的构造与选取等。Zang 和 Imregun<sup>[56]</sup>专门论述了主成分分析法(principle component analysis)对于样本数据预处理的重要性。对于大型复杂的结构模型,随着修正参数的增加,相应的网络结构也日趋复杂,从而使得训练网络所需样本数呈指数增长趋势,大大增加了网络训练的时间和难度。对于这个问题,Chang 等<sup>[61]</sup>在生成网络训练样本集的输入参数选取上引入了正交矩阵(orthogonal array)方法,并通过数值算例证明这种方法可以显著降低训练样本的数量同时保证网络识别精度不致有太大的降低。

#### 4 总 结

综上所述,模型修正技术,特别是基于线性时不变系统假设的结构模型修正技术,近年来有了较大发展,新的方法也层出不穷。但是经比较分析表明,模型修正领域仍然存在以下问题尚需解决:

(1) 目前大多数的修正方法基本上是针对某一具体问题而言的,适应范围较窄,很难将其推广到一般的普遍性问题。尤其是大型复杂的具有较高自由度数的结构模型中可修正的参数众多,对修正算法的效率提出了很高的要求。

(2) 对于矩阵型修正法,最大的缺陷是不能保存原模型的连接信息。改进的算法虽能保证连接信息,但往往在修正参数和权系数的选择上十分繁琐,从而大大降低了计算效率。参数型修正法能保证原模型的连接信息不变,但都面临着参数众多,独立方程数不够的困难,从而有可能导致解的不唯一甚至解的不存在。因此找到一种快速高效的误差定位法,合理地缩小参数的选择范围将是此类方法的突破口。另外由于所构建的目标函数往往具有高度非线性、多极值点和光滑性不够的特点,因此还必须选择合适的优化算法,保证目标函数收敛到全局最小值。遗传算法和模拟退火法在解决这一问题上具有优势,但这两种算法在进行搜索时都要多次重复地进行结构特征值分析,因此带来了计算量增加的问题,特别是在大型复杂的结构中,这一问题更加突出。

(3) 测量数据的不完整导致了修正结果的不唯一性。多数的传统修正方法需要完整的模态矢量,因而

扩展后的模态能否逼近真实的模态在很大程度上影响着修正结果的精度。模态扩展往往要用到原模型刚度和质量矩阵等参数,而它们本身一般是模糊而需要修正的量,这使得模态扩展同修正过程交织在一起,两者是耦合的。同样,用缩聚后的模型进行修正也面临不能返回所对应的原模型的困难。

(4) 对于基于神经网络的模型修正方法,其主要问题一是网络拓扑结构的选取多依靠研究人员的经验而定,目前还缺乏理论的指导;二是对于大型复杂的结构模型,随着修正参数的增加,相应的网络结构也日趋复杂,使得训练样本组合和训练时间均呈几何级数增长;三是目前的文献中数值算例和模拟算例较多,而真正能够用于实际大型复杂结构工程的修正例子还不多见。

(5) 结构模型修正作为反问题的一种,测量中的误差以及模态截断所引起的误差对修正结果有着重大影响,而关于这一方面内容目前文献讨论的不多。

由于上述问题的存在,未来模型修正领域仍有广阔的发展余地。其中,开发新的具有普遍意义的、适合于大型复杂多自由度结构的修正算法是目前研究中的迫切任务,目前看来,基于神经网络的模型修正方法可能是这一领域未来的发展方向之一。不可否认,模型修正结果的好坏相当程度上取决于试验方案和实测数据的处理。实测数据的数量及精度是模型修正必不可少的条件。在此基础上,当前研究的重点方向应在于新的方法怎样既能保持原有模型物理意义同时又能使得修正算法快速高效精确,且对误差容错性较强。

#### 参 考 文 献

- 1 Mottershead J E, Friswell M I. Model updating in structural dynamics: a survey. *Journal of Sound and Vibration*, 1993, 167(2): 347~375
- 2 Astrom k J, Eykhoff P. System identification - a survey. *Automatica*, 1971, 7: 123~162
- 3 Guyan R J. Reduction of stiffness and mass matrices. *AIAA Journal*, 1965, 13 (1): 380
- 4 O'Callahan J C. A procedure for improved reduced system (IRS) model. In: Alfred L W, Dominick J, DeMichele, eds. Proceedings of the 7th International Modal Analysis Conference, Las Vegas, 1989-02-20-22. Kissimmee: Union College, 1989. 17~21
- 5 Kammer D C. Test-analysis modal development using an exact modal reduction. *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, 1987, 2(4): 174~179
- 6 张德文. 改进 Guyan 递推减缩技术. *计算结构力学及应用*, 1996, 13(1): 90~94
- 7 O'Callahan J C, Avitabile P. System equivalent reduction expansion process(SEREP). In: Alfred L W, Dominick J, DeMichele, eds. Proceedings of the 7th International Modal Analysis Conference, Las Vegas, 1989-02-20-22. Kissimmee: Union College, 1989. 29~37

- 8 张德文, 魏卓旋. 模型修正与破损诊断. 北京: 科学出版社, 1999. 1~174
- 9 Berman A, , Nagy E J. Improvement of a large analytical model using test data. *AIAA Journal*, 1983, 21(8): 1168~1173
- 10 Farhat C, Hemez F M. Updating finite element dynamic models using an element-by-element sensitivity methodology. *AIAA Journal*, 1993, 31(9): 1702~1711
- 11 曾庆华. 结构动力修改技术若干问题研究: [博士论文]. 南京: 南京航空航天大学, 1989. 1~117
- 12 Williams E J, Green D J. A spatial curve fitting technique for estimating rotational degrees of freedom. In: Alfred L W, Dominick J, DeMichele, eds. Proceedings of the 8th International Modal Analysis Conference, Orlando, 1990-01-29-01. Kissimmee: Union College, 1990. 376~381
- 13 Lieven N A J, Ewins D J. Expansion of modal data for correlation. In: Alfred L W, Dominick J, DeMichele, eds. Proceedings of the 8th International Modal Analysis Conference, Orlando, 1990-01-29-01. Kissimmee: Union College, 1990. 605~609
- 14 Gysin H. Comparison of expansion methods for FE modeling error localization. In: Alfred L W, Dominick J, DeMichele, eds. Proceedings of the 8th International Modal Analysis Conference, Orlando, 1990-01-29-01. Kissimmee: Union College, 1990. 195~204
- 15 Baruch M, Itzhack Y B. Optimal weighted orthogonalization of measured modes. *AIAA Journal*, 1978, 16(4): 346~351
- 16 Kabe A M. Stiffness matrix adjustment using mode data. *AIAA Journal*, 1985, 23(9): 1431~1436
- 17 Smith S W, Beattie C A. Secant-method adjustment for structural models. *AIAA Journal*, 1991, 29(1): 119~126
- 18 Janter T, Sas P. Uniqueness aspect of model-updating procedures. *AIAA Journal*, 1990, 28(3): 538~543
- 19 Roy N A, Girard A, Bugeat L P, Bricaut J N. A survey of finite element model updating methods. In: Guyenne D, Hunt J J, eds. Proceedings of the International Symposium on Environmental Testing for Space Programmes Test: Facilities and Methods, Noordwijk, 1990-06-26-29. Paris: European Space Agency, 1990. 333~349
- 20 Kenigsbuch R, Halevi Y. Model updating in structural dynamics: a generalized reference basis approach. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1998, 12: 75~90
- 21 Halevi Y, Bucher I. Model updating via weighted reference basis with connectivity constraints. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 265: 561~581
- 22 Minas C, Inman D J. Matching finite element models to modal data. *Journal of Vibration and Acoustics*, 1990, 112(1): 84~92
- 23 Zimmerman D C, Widengren M. Correcting finite element models using a symmetric eigenstructure assignment technique. *AIAA Journal*, 1990, 28(9): 1670~1676
- 24 Fox R L, Kapoor M P. Rates of change of eigenvalues and eigenvectors. *AIAA Journal*, 1968, 6(12): 2426~2429
- 25 Rogers L C. Derivatives of eigenvalues and eigenvectors. *AIAA Journal*, 1970, 8(5): 943~944
- 26 Garg, S. Derivatives of eigensolution for a general matrix. *AIAA Journal*, 1973, 11(8): 1191~1194
- 27 Nelson R B. Simplified calculation of eigenvector derivatives. *AIAA Journal*, 1976, 14(9): 1201~1205
- 28 Lim K B, Junkins J L, B P Wang. Re-examination of eigenvector derivatives. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1987, 10(6): 581~587
- 29 Ojalvo I U. Efficient computation of mode shape derivatives for large dynamic systems. *AIAA Journal*, 1987, 25(10): 1386~1390
- 30 Sutter T R, Camarda C J, Walsh J L, Adelman H M. Comparison of several methods for calculating vibration mode shape derivatives. *AIAA Journal*, 1988, 26(12): 1506~1511
- 31 Smith J M, Hutton S G. Frequency modification using Newton's method and inverse iteration eigenvector updating. *AIAA Journal*, 1992, 30(7): 1886~1891
- 32 Zhang Q W, Chang C C, Chang T Y P. Finite element modal updating for structures with parametric constraints. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2000, 29: 927~944
- 33 Kuo C P, Wada B K. Nonlinear sensitivity coefficients and corrections in system identification. *AIAA Journal*, 1987, 25(11): 1463~1468
- 34 D'Ambrogio W, Fregolent A. The use of anti-resonances for robust model updating. *Journal of Sound and Vibration*, 2000, 236(2): 227~243
- 35 Feng Z, Song J. Invariant theorem of relative sensitivity summation and higher order sensitivity analysis applied to structural modification. In: Alfred L W, Dominick J, DeMichele, eds. Proceedings of the 4th International Modal Analysis Conference, Los Angeles, 1986-02-03-06. Kissimmee: Union College, 1986. 66~74
- 36 Lin R M, Ewins D J. Model updating using FRF data. In: Proceedings of the 15th International Seminar on Modal Analysis, Leuven, 1990-09-19-21. Leuven: Belgium, 1990. 141~162
- 37 Visser W J, Imregun M. A technique to update finite element models using frequency response data. In: Alfred L W, Dominick J, DeMichele, eds. Proceedings of the 9th International Modal Analysis Conference, Florence, 1991-09-10-12. Kissimmee: Union College, 1991. 462~468
- 38 Imregun M, Visser W J, Ewins D J. Finite element model updating using frequency response function data-I: theory and initial investigation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1995, 9(2): 187~202
- 39 Imregun M, Sanliturk K Y, Ewins D J. Finite element model updating using frequency response function data-II: case study on a medium-size finite element model. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1995, 9(2): 203~213
- 40 Modak S V, Kundra T K, Nakra B C. Comparative study of model updating methods using simulated experimental data. *Computers & Structures*, 2002, 80: 437~447
- 41 Mares C, Surace C. An application of genetic algorithm to identify damage in elastic structures. *Journal of sound and Vibration*, 1996, 195(2): 197~215
- 42 Friswell M I, Penny J E T, Garvey S D. A combined genetic and eigensensitivity algorithm for the location of damage in structures. *Computers & Structures*, 1998, 69: 547~556
- 43 Zimmerman D C, Yap K. Evolutionary approach for model refinement. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1999, 13(4): 609~625
- 44 Chou J H, Ghaboussi J. Genetic algorithm in structural damage detection. *Computers & Structures*, 2001, 79: 1335~1353
- 45 Rao M A, Srinivas J, Murthy B S N. Damage detection in vibrating bodies using genetic algorithms. *Computers & Structures*, 2004, 82: 963~968
- 46 Au F T K, Cheng Y S, Tham L G, et al. Structural damage detection based on a micro-genetic algorithm using incomplete and noisy modal test data. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 259(5): 1081~1094
- 47 Levin R I, Lieven N A J. Dynamic finite element model updating using simulated annealing and genetic algorithms.

- Mechanical Systems and Signal Processing*, 1998, 12(1): 91~120
- 48 Pandey P C, Barai S V. Multilayer perceptron in damage detection of bridge structures. *Computers & Structures*, 1995, 54(4): 597~608
- 49 Wu X, Ghaboussi J, Garrett J H. Use of neural networks in detection of structural damage. *Computers & Structures*, 1992, 42(4): 649~659
- 50 Kudva J N, Munir N, Tan P W. Damage detection in smart structures using neural networks and finite element analysis. *Smart Materials and Structures*, 1992, 1: 108~112
- 51 Lu Y, Tu Z G. A two-level neural network approach for dynamic FE model updating including damping. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 275: 931~952
- 52 Tsou P, Shen M H H. Structural damage detection and identification using neural networks. *AIAA Journal*, 1994, 32(1): 176~183
- 53 Yun C B, Bahng E Y. Substructural identification using neural networks. *Computers & Structures*, 2000, 77: 41~52
- 54 Xu B, Wu Z S, Chen G D, et al. Direct identification of structural parameters from dynamic responses with neural networks. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2004, 17(8): 931~943
- 55 王柏生, 丁皓江, 倪一清, 高赞明. 模型参数误差对用神经网络进行结构损伤识别的影响. *土木工程学报*, 2000, 33(1): 50~55
- 56 Zang C, Imregun M. Structural damage detection using artificial neural networks and measured FRF data reduced via principal component projection. *Journal of Sound and Vibration*, 2001, 242(5): 813~827
- 57 Atalla M J, Inman D J. On model updating using neural networks. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1998, 12(1): 135~161
- 58 Levin R I, Lievin N A J. Dynamical finite element model updating using neural networks. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, 210: 593~607
- 59 Levin, R I, Lievin, N A J, Lowenburg M H. Measuring and improving neural network generalization for model updating. *Journal of Sound and Vibration*, 2000, 238(3): 401~424
- 60 Chang C C, Chang T Y P, Xu Y G, et al. Adaptive neural networks for model updating of structures. *Smart Materials and Structures*, 2000, 9: 59~68
- 61 Chang C C, Chang T Y P, Xu Y G, et al. Selection of training samples for model updating using neural networks. *Journal of Sound and Vibration*, 2002, 249(5): 867~883
- 62 Zhao J, Ivan J N, Dewolf J T. Structural damage detection using artificial neural networks. *Journal of Infrastructure Systems*, 1998, 4: 93~101
- 63 Vanik M W, Beck J L, Au S K. Bayesian probabilistic approach to structural health monitoring. *Journal of Engineering Mechanics*, 2000, 126(7): 738~381
- 64 姜绍飞, 倪一清, 高赞明. 基于概率神经网络的青马悬索桥损伤定位的仿真研究. *工程力学*, 2001, 51: 955~959
- 65 姜绍飞, 刘明, 倪一清, 高赞明. 大跨悬索桥损伤定位的自适应概率神经网络研究. *土木工程学报*, 2003, 036(008): 74~78

## PROGRESS IN MODEL UPDATING FOR STRUCTURAL DYNAMICS\*

LI Hui<sup>†</sup>     DING Hua

Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China

**Abstract** This paper gives a brief introduction of the general principle of model updating as well as the methods of model reduction and modal expansion closely related to model updating. Some representative references are singled out and introduced with particular attention to three kinds of primary methods of model updating, namely, direct method and parametric method, which are known as traditional methods, and updating method with neural networks. Emphases are put on their merits in application and corresponding disadvantages. Finally, some recent unresolved problems are discussed.

**Keywords** model updating, model reduction, modal expansion, eigensensitivity, neural network

\* The project supported by the cooperation project between China National Offshore Oil Corporation (CNOOC) and Chinese Academy of Science "optimal design and key technology research of offshore platform" (KJ CX2-SW-LO3-01)

<sup>†</sup> E-mail: lihui2400@163.com